

ĆWICZENIE 3

REZONANS W OBWODACH ELEKTRYCZNYCH

Cel ćwiczenia: sprawdzenie podstawowych właściwości szeregowego i równoległego obwodu rezonansowego przy wymuszeniu napięciem sinusoidalnym, zbadanie wpływu parametrów obwodu na częstotliwość rezonansową oraz charakterystyki częstotliwościowe i krzywe rezonansowe.

3.1. Podstawy teoretyczne ćwiczenia

3.1.1. Wstęp

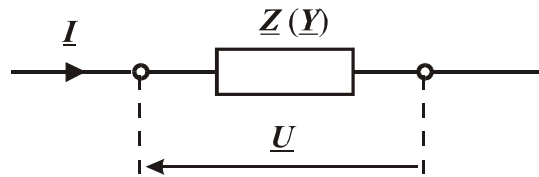
Każdy układ fizyczny, który posiada właściwość przemiany energii potencjalnej na kinetyczną i odwrotnie, po dostarczeniu mu porcji energii zaczyna gospodarować nią w sposób oscylacyjny z częstotliwością zwaną częstotliwością rezonansową (własną) układu. Gdy układ zawiera wiele elementów związanych z energią kinetyczną i potencjalną, to może mieć więcej niż jedną częstotliwość własną. Jeżeli układ zostanie pobudzony sygnałem energetycznym o częstotliwości równej jego częstotliwości własnej, wówczas w układzie wystąpi zjawisko rezonansu. Zjawisko to charakteryzuje się tym, że odpowiedzi układu na pobudzenie osiągają wartości ekstremalne.

W obwodach elektrycznych energia potencjalna związana jest z polem elektrycznym kondensatorów, natomiast kinetyczna z polem magnetycznym cewek indukcyjnych. Zatem w obwodach zawierających co najmniej jeden kondensator i jedną cewkę oraz posiadających częstotliwość rezonansową - zachodzi zjawisko rezonansu, jeśli częstotliwość wymuszenia jest równa częstotliwości rezonansowej obwodu.

Obwody elektryczne, w których występuje zjawisko rezonansu nazywane są obwodami rezonansowymi lub drgającymi.

Rozpatrując bezźródłowy obwód elektryczny w stanie ustalonym przy wymuszeniu harmonicznym, przedstawiony schematycznie na rys.3.1. jako dwójnik – przyjmuje się, że \underline{U} oraz \underline{I} oznaczają symboliczne wartości skuteczne napięcia i prądu na zaciskach tego obwodu. Stosunek \underline{U} do \underline{I} wyznacza impedancję $\underline{Z} = R + jX$ obwodu, przy czym R jest rezystancją ($R > 0$) a X reaktancją wypadkową obwodu. Odwrotność impedancji obwodu określa jego ad-

mitancję $\underline{Y} = 1/\underline{Z} = G + jB$, przy czym G jest konduktancją ($G > 0$) a B – susceptancją wypadkową obwodu.



Rys. 3.1. Rozpatrywany dwójnik

Zjawisko rezonansu przedstawia taki stan pracy obwodu elektrycznego, przy którym reaktancja wypadkowa X obwodu lub susceptancja wypadkowa B jest równa zero. Warunkiem rezonansu jest

$$X = \text{Im}(\underline{Z}) = 0 \quad (3.1)$$

lub

$$B = \text{Im}(\underline{Y}) = 0. \quad (3.2)$$

Ponieważ kąt φ przesunięcia fazowego między napięciem \underline{U} i prądem \underline{I} jest równy argumentowi impedancji \underline{Z}

$$\varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctg \frac{X}{R} \quad (3.3)$$

lub argumentowi admitancji \underline{Y} wziętemu ze znakiem przeciwnym

$$\varphi = -\arg(\underline{Y}) = -\arctg \frac{B}{G} ; \quad (3.4)$$

stąd $\varphi = 0$ dla $X = 0$ lub $B = 0$. Oznacza to, że w stanie rezonansu napięcie i prąd na zaciskach rozpatrywanego obwodu są ze sobą w fazie a argument impedancji lub admitancji obwodu jest równy zero.

Częstotliwość (pulsacja), przy której reaktancja wypadkowa lub susceptancja wypadkowa obwodu jest równa zero to *częstotliwość (pulsacja) rezonansowa*. Pulsację rezonansową obwodu wyznacza się z równania (3.1) lub (3.2).

Obwód elektryczny osiąga stan rezonansu, jeśli częstotliwość doprowadzonego sygnału sinusoidalnego jest równa częstotliwości rezonansowej obwodu.

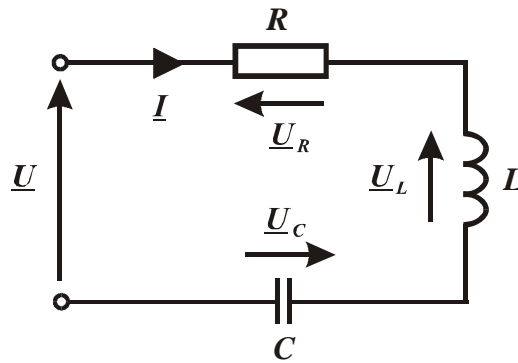
Rezonans występujący w obwodzie, w którym elementy R, L, C połączone są szeregowo, nazywamy *rezonansem napięć* lub *rezonansem szeregowym*.

Rezonans występujący w obwodzie, w którym połączone są równoległe gałęzie R, L oraz R, C lub gałęzie R, L, C nazywamy *rezonansem prądów* lub *rezonansem równoległym*.

3.1.2. Rezonans napięć

3.1.2.1. Podstawowe zależności

Rozważając obwód składający się z elementów R , L i C połączonych szeregowo (rys.3.2) - zakłada się, że przyłożone napięcie jest sinusoidalnie zmienne o symbolicznej wartości skutecznej \underline{U} i o pulsacji $\omega = 2\pi f$.



Rys. 3.2. Obwód szeregowy RLC

Dla rozpatrywanego obwodu słuszne są zależności

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_R &= R\underline{I} \\ \underline{U}_L &= jX_L\underline{I} \\ \underline{U}_C &= -jX_C\underline{I} \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = [R + j(X_L - X_C)]\underline{I} = (R + jX)\underline{I} = \underline{Z}\underline{I}. \quad (3.6)$$

Impedancja obwodu wynosi

$$\underline{Z} = R + jX = R + j(X_L - X_C) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \quad (3.7)$$

Warunkiem rezonansu (3.1) jest to, aby reaktancja wypadkowa X obwodu równała się zero, czyli $X_L = X_C$ lub

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}. \quad (3.8)$$

Pulsację rezonansową ω_r obwodu szeregowego RLC znajduje się z powyższego równania, otrzymując

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (3.9)$$

stąd częstotliwość rezonansowa f_r wynosi $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. (3.10)

Jeżeli częstotliwość źródła napięcia zasilającego jest równa częstotliwości rezonansowej obwodu ($f=f_r$) to obwód jest w stanie rezonansu szeregowego i wówczas:

- impedancja obwodu jest równa rezystancji (impedancja osiąga wartość minimalną)

$$\underline{Z} = R ; \quad (3.11)$$

- napięcie na rezystancji obwodu jest równe napięciu przyłożonemu do obwodu

$$\underline{U}_R = \underline{U} ; \quad (3.12)$$

- suma geometryczna napięć na indukcyjności i pojemności obwodu jest równa zero

$$\underline{U}_L + \underline{U}_C = 0 ; \quad (3.13)$$

- napięcie na indukcyjności jest co do modułu równe napięciu na pojemności

$$U_L = U_C ; \quad (3.14)$$

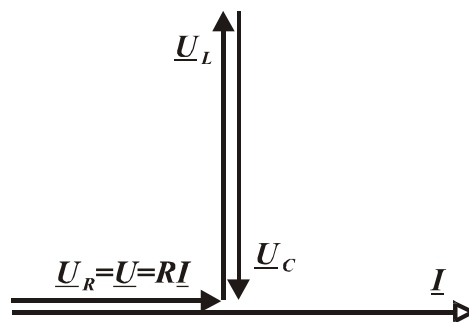
- wobec $X=0$, prąd w obwodzie osiąga wartość maksymalną

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} ; \quad (3.15)$$

- kąt przesunięcia fazowego między przyłożonym napięciem a prądem jest równy zero

$$\varphi = 0 . \quad (3.16)$$

Wykres wskazowy prądu i napięć dla obwodu szeregowego RLC w stanie rezonansu przedstawiono na rysunku 3.3. Ze względu na równość modułów napięć na elementach reakcyjnych i fakt, że mogą być one wielokrotnie większe od modułu napięcia przyłożonego - rezonans w rozpatrywanym obwodzie nazywa się rezonansem napięć.



Rys. 3.3. Wykres wskazowy szeregowego obwodu RLC w stanie rezonansu

Parametrem, który wskazuje ile razy napięcie na indukcyjności lub pojemności jest większe od napięcia na zaciskach obwodu w stanie rezonansu jest dobroć Q .

W rozpatrywanym obwodzie szeregowym, w stanie rezonansu dobroć definiuje się jako stosunek modułu napięcia na elemencie reaktancyjnym (kondensatorze lub cewce) do modułu napięcia na rezystancji, czyli

$$Q = \frac{U_L}{U_R} = \frac{U_C}{U_R} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r RC} . \quad (3.17)$$

Uwzględniając wzór na pulsację rezonansową (3.11), dobroć przedstawia się jako

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{\rho}{R} , \quad (3.18)$$

gdzie ρ jest reaktancją charakterystyczną obwodu (reaktancją indukcyjną lub pojemnościową obwodu przy częstotliwości rezonansowej)

$$\rho = \omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} = \sqrt{\frac{L}{C}} . \quad (3.19)$$

Podsumowując powyższe rozważania, można moduły napięć na elementach reaktancyjnych obwodu w stanie rezonansu opisać następującą zależnością

$$U_L = \omega_r L \frac{U}{R} = U_C = \frac{1}{\omega_r C} \frac{U}{R} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} U = \frac{\rho}{R} U = Q U , \quad (3.20)$$

Z powyższego równania wynika, iż dobroć jest miarą przepięcia występującego w obwodzie w stanie rezonansu (napięcie na indukcyjności lub pojemności jest Q razy większe od napięcia na zaciskach obwodu).

3.1.2.2. Strojenie szeregowego obwodu *RLC* do rezonansu

Na podstawie równania (3.8) można stwierdzić, że rezonans w szeregowym obwodzie *RLC* uzyskuje się przez:

- regulację pulsacji ω (częstotliwości) źródła napięcia zasilającego (generatora)
- regulację indukcyjności L bądź pojemności C .

W pierwszym przypadku mówi się o *strojeniu generatorem*. Dotyczy on sytuacji, w której zmienia się wartość częstotliwości f napięcia zasilającego, tak aby zrównała się ona z daną częstotliwością rezonansową obwodu f_r - określoną przez wartości parametrów obwodu (L oraz C) zgodnie z zależnością (3.10).

W przypadku drugim, nazywanym *strojeniem obwodu*, zmienia się wartość częstotliwości rezonansowej obwodu f_r tak aby zrównała się z daną częstotliwością f napięcia zasilające-

go. Zmianę częstotliwości rezonansowej obwodu dokonuje się poprzez zmianę wartości indukcyjności L , a stan rezonansu uzyskuje wówczas dla

$$L = \frac{1}{4\pi^2 C f^2} \quad (3.21)$$

lub pojemności C - stan rezonansu uzyskuje się gdy

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L f^2} . \quad (3.22)$$

3.1.2.3. Charakterystyki częstotliwościowe i krzywe rezonansowe szeregowego obwodu RLC

Charakterystyki częstotliwościowe określają zależność parametrów wtórnych obwodów (impedancji, reaktancji itd.) od częstotliwości (lub pulsacji). Wykresy zależności wartości skutecznych napięć i prądów obwodów rezonansowych od częstotliwości (lub pulsacji) noszą nazwę krzywych rezonansowych.

Dla szeregowego obwodu rezonansowego RLC można określić następujące charakterystyki częstotliwościowe:

- charakterystykę reaktancji indukcyjnej obwodu

$$X_L(\omega) = \omega L ; \quad (3.23)$$

- charakterystykę reaktancji pojemnościowej obwodu

$$X_C(\omega) = \frac{1}{\omega C} ; \quad (3.24)$$

- charakterystykę reaktancji wypadkowej obwodu

$$X(\omega) = \omega L - \frac{1}{\omega C} ; \quad (3.25)$$

- charakterystykę impedancji (modułu impedancji) obwodu

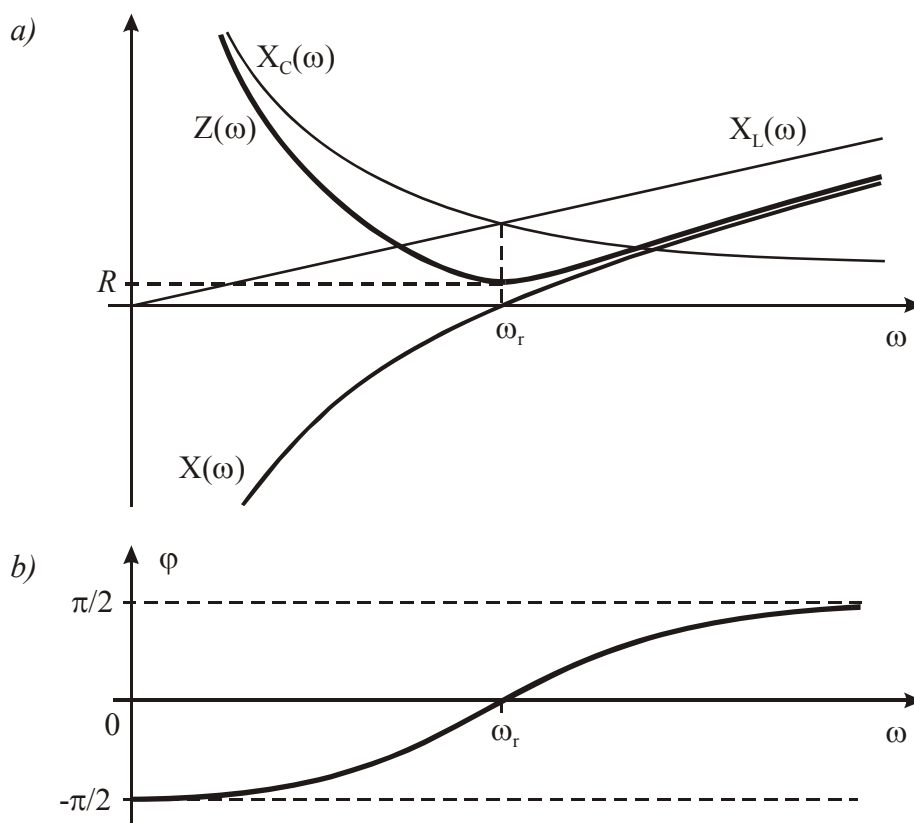
$$Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} ; \quad (3.26)$$

- charakterystykę kąta przesunięcia fazowego (argumentu impedancji) obwodu

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} . \quad (3.27)$$

Na rysunku 3.4 przedstawiono przykładowe przebiegi wymienionych wyżej charakterystyk. Wynika z niego, że w miarę zbliżania się do pulsacji rezonansowej, moduł impedancji

obwodu maleje do wartości minimalnej (do wartości rezystancji R obwodu), natomiast argument impedancji (kąt przesunięcia fazowego) obwodu zbliża się do zera. Dla pulsacji mniejszych od pulsacji rezonansowej, reaktancja wypadkowa i kąt przesunięcia fazowego obwodu są mniejsze od zera – obwód ma charakter pojemnościowy. Natomiast dla pulsacji większych od pulsacji rezonansowej, reaktancja wypadkowa i kąt przesunięcia fazowego obwodu są większe od zera – obwód ma charakter indukcyjny.



Rys. 3.4. Charakterystyki częstotliwościowe szeregowego obwodu RLC:
a) reaktancji i impedancji, b) kąta przesunięcia fazowego

W przypadku obwodu szeregowego RLC rozważa się na ogół następujące krzywe rezonansowe:

- krzywą rezonansową prądu

$$I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} ; \quad (3.28)$$

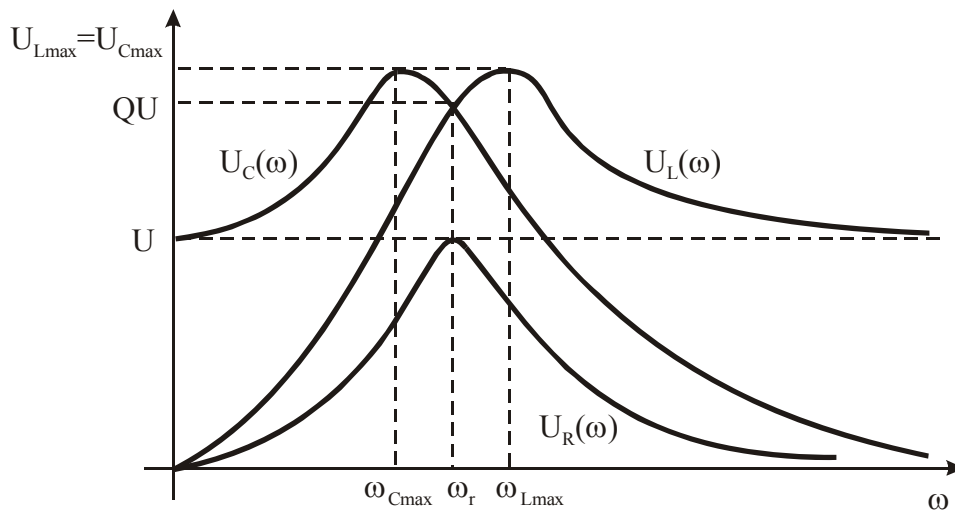
- krzywe rezonansowe napięć na elementach obwodu, jako:

$$U_R(\omega) = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (3.29)$$

$$U_L(\omega) = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (3.30)$$

$$U_C(\omega) = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (3.31)$$

Na rysunku 3.5 przedstawiono wybrane krzywe rezonansowe szeregowego obwodu *RLC*. Wynika z niego, że wartość skuteczna napięcia na indukcyjności osiąga maksimum po rezonansie, zaś napięcie na pojemności osiąga maksimum przed rezonansem.



Rys. 3.5. Wybrane krzywe rezonansowe szeregowego obwodu *RLC*

Na podstawie zależności (3.30) i (3.31) można stwierdzić, że napięcie na indukcyjności osiąga wartość maksymalną przy pulsacji ω_{Lmax} równej

$$\omega_{Lmax} = \omega_r \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}} > \omega_r, \quad (3.32)$$

natomiast napięcie na pojemności dla pulsacji ω_{Cmax} wynoszącej

$$\omega_{Cmax} = \omega_r \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < \omega_r. \quad (3.33)$$

Obie wartości maksymalne napięć są sobie równe

$$U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} U > QU \quad (3.34)$$

i są większe od wartości QU w stanie rezonansu. Dla dużych dobroci ($Q > 10$) można przyjąć, że pulsacje $\omega_{L\max}$ i $\omega_{C\max}$ są równe pulsacji rezonansowej, a wartości maksymalne napięć wynoszą QU .

3.1.2.4. Pasma przepustowe szeregowego obwodu rezonansowego

W przypadku obwodów rezonansowych za pasmo przepustowe (pasmo przenoszenia) przyjmuje się na ogół tzw. trzydecybelowe (3-dB) pasmo przepustowe.

Pasmem przepustowym 3-dB szeregowego obwodu rezonansowego nazywa się przedział pulsacji, dla których wartość skuteczna I prądu w obwodzie (przy założonej stałej wartości skutecznej napięcia przyłożonego do obwodu) maleje nie więcej niż $\sqrt{2}$ -krotnie w stosunku do wartości skutecznej I_r prądu w rezonansie, tzn. dla których spełniona jest nierówność

$$\frac{I(\omega)}{I_r} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (3.35)$$

Dla pulsacji granicznych (dolnej ω_d i górnej ω_g) spełniona jest równość

$$\frac{I_r}{I(\omega_d)} = \frac{I_r}{I(\omega_g)} = \sqrt{2}. \quad (3.36)$$

Bardzo ważnym parametrem obwodu rezonansowego, charakteryzującym jego właściwości selektywne jest szerokość pasma przepustowego - zdefiniowana jako

$$S_{(3dB)} = \omega_g - \omega_d. \quad (3.37)$$

Parametr ten zależy od pulsacji rezonansowej i dobroci obwodu w następujący sposób

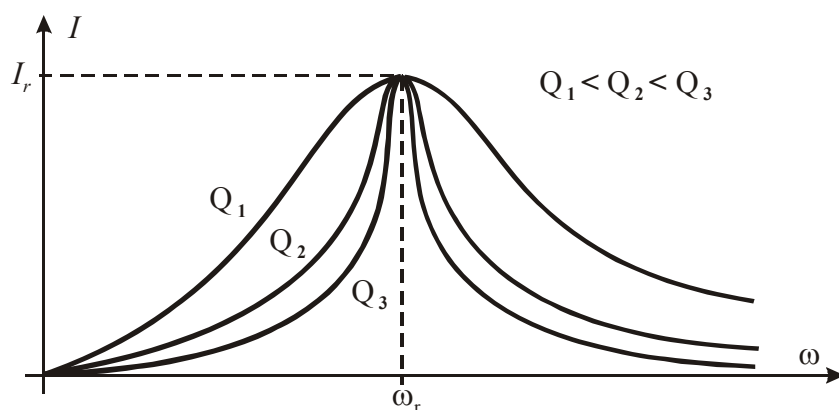
$$S_{(3dB)} = \frac{\omega_r}{Q}. \quad (3.38)$$

Podobnie wygląda zależność pasma przepustowego wyrażonego w hercach

$$S_{p(3dB)} = \frac{f_r}{Q}. \quad (3.39)$$

Oznacza to, że 3-dB pasmo przepustowe obwodu rezonansowego jest odwrotnie proporcjonalne do jego dobroci. Zmniejszenie dobroci obwodu pogarsza jego właściwości selektywne.

Wpływ dobroci na kształt krzywej rezonansowej prądu ilustrują wykresy przedstawione na rysunku 3.3. Wykreślono je dla różnych wartości dobroci Q obwodu przyjmując, że dobroć jest zmieniana tylko przez dobór indukcyjności L i pojemności C przy zachowaniu stałej pulsacji rezonansowej ω_r .



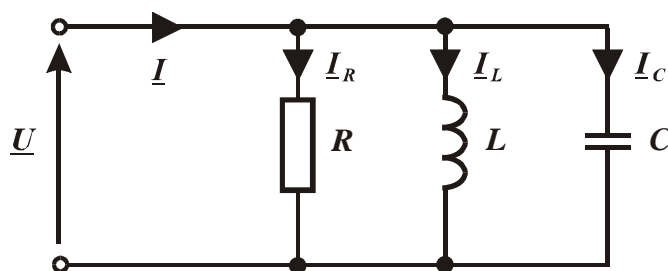
Rys. 3.3. Ilustracja wpływu dobroci obwodu na krzywą rezonansową prądu

Jak widać, w miarę zwiększania wartości dobroci obwodu, krzywe rezonansowe prądu stają się coraz węższe, skupiając się w otoczeniu punktu ω_r . Można zatem powiedzieć, że dobroć jest podstawowym parametrem obwodu rezonansowego decydującym o jego jakości jako obwodu selektywnego.

3.1.3. Rezonans prądów

3.1.3.1. Podstawowe zależności

Rozważając obwód składający się z elementów R , L i C połączonych równolegle (rys.3.7) - zakłada się, że przyłożone napięcie jest sinusoidalnie zmienne o symbolicznej wartości skutecznej \underline{U} i o pulsacji $\omega = 2\pi f$.



Rys. 3.7. Obwód równoległy RLC

Dla rozpatrywanego obwodu słuszne są zależności:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_R &= G\underline{U} \\ \underline{I}_L &= -jB_L\underline{U} \\ \underline{I}_C &= jB_C\underline{U} \end{aligned} \right\}, \quad (3.40)$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = [G + j(B_C - B_L)]\underline{U} = (G + jB)\underline{U} = \underline{Y}\underline{U}. \quad (3.41)$$

Admitancja obwodu wynosi

$$\underline{Y} = G + jB = G + j(B_C - B_L) = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right). \quad (3.42)$$

Warunkiem rezonansu (3.2) jest to, aby susceptancja wypadkowa B obwodu równała się zeru, czyli $B_C = B_L$ lub

$$\omega_r C = \frac{1}{\omega_r L}. \quad (3.43)$$

Pulsację rezonansową ω_r rozpatrywanego obwodu znajduje się z powyższego równania, otrzymując

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.44)$$

stąd częstotliwość rezonansowa f_r wynosi

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (3.45)$$

Jeżeli częstotliwość źródła napięcia zasilającego jest równa częstotliwości rezonansowej obwodu ($f = f_r$) to obwód jest w stanie rezonansu równoległego i wówczas:

- admitancja obwodu jest równa konduktancji (admitancja osiąga wartość minimalną)

$$\underline{Y} = G; \quad (3.46)$$

- prąd w gałęzi rezystancyjnej jest równy prądowi obwodu

$$\underline{I}_R = \underline{I}; \quad (3.47)$$

- suma geometryczna prądów w gałęzi indukcyjności i pojemnościowej jest równa zeru

$$\underline{I}_L + \underline{I}_C = 0; \quad (3.48)$$

- prąd w gałęzi indukcyjnej jest co do modułu równy prądowi w gałęzi pojemnościowej

$$I_L = I_C; \quad (3.49)$$

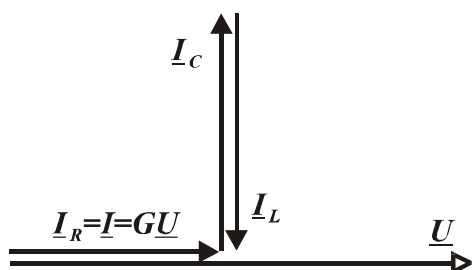
- wobec $B=0$, prąd w obwodzie osiąga wartość minimalną

$$\underline{I} = \underline{U}G; \quad (3.50)$$

- kąt przesunięcia fazowego między przyłożonym napięciem a prądem jest równy zeru

$$\varphi = 0; \quad (3.51)$$

Wykres wskazowy napięcia i prądów dla obwodu równoległego RLC w stanie rezonansu przedstawiono na rys.3.8. Ze względu na równość modułów prądów w gałęziach reaktancyjnych i fakt, że mogą być one wielokrotnie większe od prądu dopływającego do obwodu - rezonans w rozpatrywanym obwodzie nazywa się rezonansem prądów.



Rys. 3.8. Wykres wskazowy równoległego obwodu RLC w stanie rezonansu

Parametrem, który wskazuje ile razy prąd w gałęzi z indukcyjnością lub pojemnością jest większy od prądu dopływającego do obwodu w stanie rezonansu jest dobroć Q .

W rozpatrywanym obwodzie równoległym, w stanie rezonansu dobroć definiuje się jako stosunek modułów prądu w elemencie reaktancyjnym (kondensatorze lub cewce) do prądu w gałęzi z rezystorem, czyli

$$Q = \frac{I_L}{I_R} = \frac{I_C}{I_R} = \frac{1}{\omega_r L G} = \frac{\omega_r C}{G} \quad (3.52)$$

Uwzględniając wzór na pulsację rezonansową (3.44), dobroć przedstawia się jako

$$Q = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{R}{\rho}, \quad (3.53)$$

gdzie ρ jest reaktancją charakterystyczną obwodu równoległego (reaktancją indukcyjną lub pojemnościową obwodu przy częstotliwości rezonansowej), zdefiniowaną identycznie jak dla obwodu szeregowego (3.19).

Podsumowując powyższe rozważania, można moduły prądów w elementach reaktancyjnych w stanie rezonansu opisać następującą zależnością

$$I_L = \frac{I R}{\omega_r L} = I_C = \omega_r C I R = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} I = \frac{R}{\rho} I = Q I, \quad (3.54)$$

Z powyższego równania wynika, iż dobroć jest miarą przetężenia występującego w obwodzie w stanie rezonansu (prąd w gałęzi indukcyjnej lub pojemnościowej jest Q razy większy od prądu dopływającego do obwodu).

3.1.3.2. Strojenie obwodu równoległego *RLC* do rezonansu

Na podstawie równania (3.44) - identycznie jak to miało miejsce w przypadku obwodu szeregowego - można stwierdzić, że w celu uzyskania rezonansu w obwodzie równoległym *RLC* należy dokonać strojenia generatora (zmiana f) bądź strojenia obwodu (zmiana L lub C).

Przy strojeniu (zarówno obwodu szeregowego jak i równoległego) znamienne jest to, iż częstotliwość rezonansowa jest odwrotnie proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z indukcyjności lub pojemności:

$$f_r = \frac{k_1}{\sqrt{L}} \quad (3.55)$$

lub

$$f_r = \frac{k_2}{\sqrt{C}} \quad (3.56)$$

gdzie k_1 i k_2 są wielkościami stałymi.

3.1.3.3. Charakterystyki częstotliwościowe i krzywe rezonansowe równoległego obwodu *RLC*

Dla równoległego obwodu rezonansowego można określić następujące charakterystyki częstotliwościowe:

- charakterystykę susceptancji indukcyjnej obwodu

$$B_L(\omega) = \frac{1}{\omega L} ; \quad (3.57)$$

- charakterystykę susceptancji pojemnościowej obwodu

$$B_C(\omega) = \omega C ; \quad (3.58)$$

- charakterystykę susceptancji wypadkowej obwodu

$$B(\omega) = \omega C - \frac{1}{\omega L} ; \quad (3.59)$$

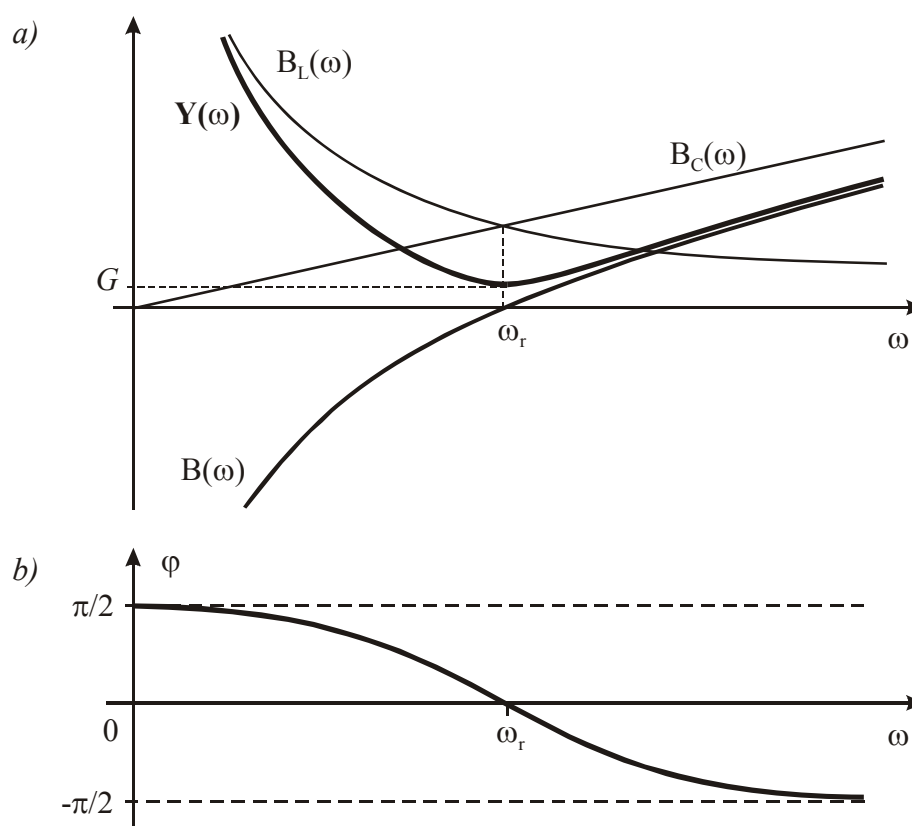
- charakterystykę admitancji (modułu admitancji) obwodu

$$Y(\omega) = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} ; \quad (3.60)$$

- charakterystykę kąta przesunięcia fazowego (argumentu admitancji wziętego ze znakiem przeciwnym) obwodu

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G} \quad (3.61)$$

Na rysunku. 3.9 przedstawiono przykładowe przebiegi wymienionych charakterystyk. Wynika z niego, że w miarę zbliżania się do pulsacji rezonansowej, moduł admitancji obwodu maleje do wartości minimalnej (do wartości konduktancji G obwodu), natomiast kąt przesunięcia fazowego obwodu zbliża się do zera. Dla pulsacji mniejszych od pulsacji rezonansowej: susceptancja wypadkowa jest mniejsza od zera a kąt przesunięcia fazowego obwodu jest większy od zera – obwód ma charakter indukcyjny. Natomiast dla pulsacji większych od pulsacji rezonansowej, reaktancja wypadkowa jest większa od zera a kąt przesunięcia fazowego obwodu jest mniejszy od zera – obwód ma charakter pojemnościowy.



Rys. 3.9. Charakterystyki częstotliwościowe równoległego obwodu RLC: a) susceptancji i admitancji, b) kąta przesunięcia fazowego.

W przypadku obwodu równoległego RLC, krzywe rezonansowe przedstawiają wartości skutecznych prądów występujących w obwodzie w funkcji pulsacji (lub częstotliwości). Jest to zatem

- zależność prądu obwodu od pulsacji

$$I(\omega) = UY = U \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2} ; \quad (3.62)$$

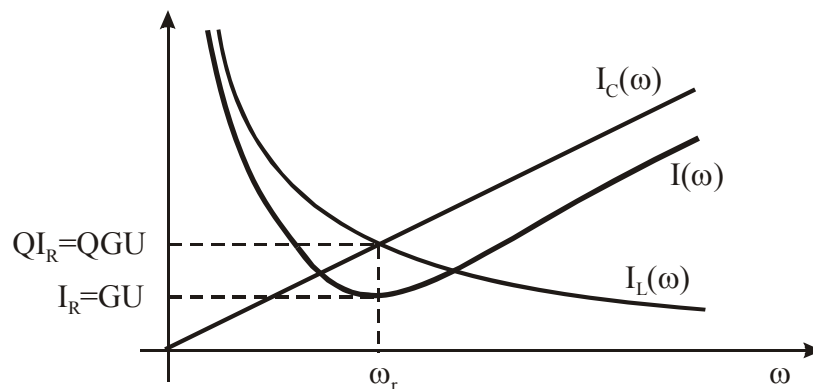
- zależność prądu w gałęzi indukcyjnej od pulsacji

$$I_L(\omega) = \frac{U}{\omega L} ; \quad (3.63)$$

- zależność prądu w gałęzi pojemnościowej od pulsacji

$$I_C(\omega) = \omega CU . \quad (3.64)$$

Na rysunku 3.10 przedstawiono przykładowe krzywe rezonansowe równoległego obwodu *RLC*.

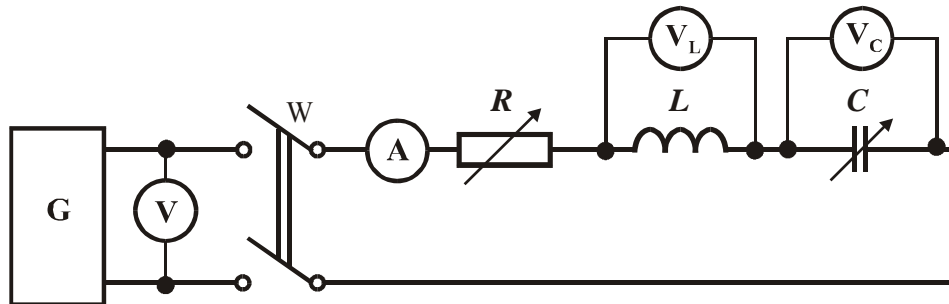


Rys. 3.10. Krzywe rezonansowe równoległego obwodu *RLC*

Wynika z niego, że w przy rezonansie prąd *I* dopływający do obwodu osiąga wartość minimalną, równą wartości prądu występującego w gałęzi rezystancyjnej ($I = I_R = GU$). Oznacza to, że w przypadku bardzo małej konduktancji jest prawie równy zeru. Natomiast prądy w gałęziach reaktancyjnych są sobie równe i *Q*-krotnie większe od prądu dopływającego do obwodu.

3.2.1. Badanie szeregowego obwodu RLC

Schemat układu pomiarowego do badania szeregowego obwodu rezonansowego (rezonansu napięć) przedstawiono na rysunku 3.11. Badania należy przeprowadzić przy stałej wartości skutecznej napięcia U na zaciskach obwodu.



Rys. 3.11. Schemat układu pomiarowego do badania rezonansu napięć

3.2.1.1. Badanie wpływu pojemności na rezonans napięć

Dla wybranej wartości rezystancji R i pojemności C , dostroić częstotliwość generatora do wartości przy której zachodzi rezonans napięć w obwodzie. Odczytać wartość częstotliwości f_r oraz wartość prądu I_r w rezonansie. Ponadto określić wartości częstotliwości granicznych f_d i f_g , przy których prąd w obwodzie maleje do 0,707 wartości rezonansowej. Pomiary wykonać dla kilku wartości pojemności C . Następnie zmienić wartość rezystancji R i przeprowadzić ponownie opisane powyżej pomiary dla przyjętych wcześniej wartości pojemności C . Wyniki pomiarów umieścić w tab. 3.1.

Tabela 3.1.

Wartości stałe: $U=.....$ V , $L=.....$ H										
Lp.	Pomiary							Obliczenia		
	R	C	f_r	I_r	f_d	f_g	$f_g - f_d$	f_r	Q	$S_{p(3dB)}$
	Ω	F	Hz	A	Hz	Hz	Hz	Hz		Hz
1.										
2.										
...										
1.										
2.										
...										

Opracowanie wyników pomiarów:

- Na podstawie przyjętych parametrów obwodu, obliczyć: częstotliwość rezonansową wykorzystując zależność (3.10), dobroć w oparciu o zależność (3.18) oraz pasmo przepustowe z zależności (3.39);
- na podstawie uzyskanych wyników obliczeń i pomiarów, wykreślić w jednym układzie współrzędnych zależność częstotliwości rezonansowej zmierzonej i obliczonej od pojemności obwodu (dla obydwu wartości rezystancji).

3.2.1.2. Wyznaczanie charakterystyk częstotliwościowych i krzywych rezonansowych szeregowego obwodu RLC

Przy ustalonej: wartości skutecznej napięcia U na zaciskach obwodu, pojemności C , indukcyjności L i wybranej rezystancji R , zmierzyć wartość prądu I oraz napięcia U_L i U_C dla kilkunastu wybranych wartości częstotliwości f generatora. Wyboru częstotliwości pomiarowych dokonać w oparciu o znajomość częstotliwości rezonansowej f_r oraz dobroci obwodu (parametrów określających szerokość pasma przepustowego) i przyjętego przedziału częstotliwości, w którym charakterystyki mają być wyznaczone. Pomiary przeprowadzić dla dwóch wartości rezystancji R . Wyniki pomiarów umieścić w tab.3.2.

Tabela 3.2.

Wartości stałe: $U=.....V$, $L=.....H$, $C=.....F$,						Obliczenia		
Lp.	Pomiary					$Q_1=.....$, $Q_2=.....$		
	R	f	I	U_L	U_C	X	Z	φ
	Ω	Hz	A	V	V	Ω	Ω	deg
1.								
2.								
...								
1.								
2.								
...								

Opracowanie wyników pomiarów:

- na podstawie wyników pomiarów określić częstotliwość rezonansową, następnie obliczyć: reaktancję wypadkową X , moduł impedancji Z oraz kąt φ przesunięcia fazowego obwodu dla wszystkich wartości częstotliwości pomiarowych – korzystając z

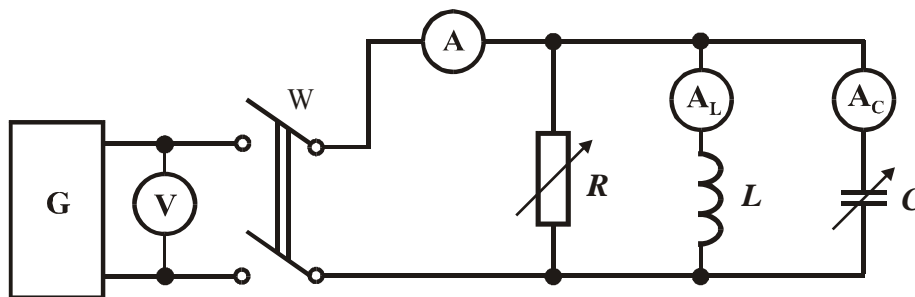
następujących zależności: $X = \frac{U_L - U_C}{I}$, $Z = \left| \sqrt{X^2 + R^2} \right|$, $\varphi = \arctg \frac{X}{R}$;

obliczyć dobroć obwodu dla częstotliwości rezonansowej jako $Q \cong \frac{U_L}{U} \cong \frac{U_C}{U}$

- wykreślić w jednym układzie współrzędnych zależności reaktancji wypadkowej X oraz modułu impedancji Z od częstotliwości dla obydwu wartości dobroci obwodu;
- wykreślić w jednym układzie współrzędnych zależność kąta φ przesunięcia fazowego obwodu od częstotliwości dla obydwu wartości dobroci obwodu;
- wykreślić w jednym układzie współrzędnych zależności napięć U_L i U_C od częstotliwości f dla obydwu wartości dobroci obwodu;
- wykreślić w jednym układzie współrzędnych zależność wartości skutecznych prądu obwodu I od częstotliwości f dla obydwu wartości dobroci obwodu – wykorzystując sporządzone wykresy wyznaczyć szerokość pasma przepustowego obwodów.

3.2.2. Badanie równoległego obwodu RLC

Schemat układu pomiarowego do badania równoległego obwodu rezonansowego (rezonansu prądów) przedstawiono na rysunku 3.12. Badania należy przeprowadzić przy stałej wartości skutecznej napięcia U na zaciskach obwodu.



Rys. 3.12. Schemat układu pomiarowego do badania rezonansu prądów

3.2.2.1. Badanie wpływu pojemności na rezonans prądów

Dla wybranej wartości rezystancji R i pojemności C , dostroić częstotliwość generatora do wartości przy której zachodzi rezonans prądów. Odczytać wartość częstotliwości f_r oraz prądów I , I_L , I_C w rezonansie. Pomiary wykonać dla kilku wartości pojemności C . Następnie zmienić wartość rezystancji R i przeprowadzić ponownie opisane powyżej pomiary dla przyjętych wcześniej wartości pojemności C . Wyniki pomiarów umieścić w tab. 3.3.

Tabela 3.3.

Wartości stałe: $U=.....$ V , $L=.....$ H									
Lp.	Pomiary						Obliczenia		
	R	C	f_r	I	I_L	I_C	f_r	Q	QI
	Ω	F	Hz	A	A	A	Hz		A
1.									
2.									
...									
1.									
2.									
...									

Opracowanie wyników pomiarów:

- na podstawie przyjętych parametrów obwodu obliczyć częstotliwość rezonansową wykorzystując zależność (3.45), dobroć w oparciu o zależność (3.53) oraz iloczyn dobroci i zmierzonego prądu obwodu (QI);
- na podstawie uzyskanych wyników obliczeń i pomiarów, wykreślić w jednym układzie współrzędnych zależność częstotliwości rezonansowej zmierzonej i obliczonej od pojemności obwodu (dla obydwu wartości rezystancji).

3.2.2.2. Wyznaczanie charakterystyk częstotliwościowych i krzywych rezonansowych równoległego obwodu RLC

Przy ustalonej: wartości skutecznej napięcia U na zaciskach obwodu, pojemności C , indukcyjności L i wybranej rezystancji R , zmierzyć wartości prądów I , I_L , I_C dla wybranych wartości częstotliwości f generatora. Wyboru częstotliwości pomiarowych dokonać w oparciu o znajomość częstotliwości rezonansowej f_r i przyjętego przedziału częstotliwości, w którym charakterystyki mają być wyznaczone. Pomiary przeprowadzić dla dwóch wartości rezystancji R . Wyniki pomiarów umieścić w tabeli 3.4.

Tabela 3.4.

Wartości stałe: $U=.....$ V , $L=.....$ H , $C=.....$ F					Obliczenia			
Lp.	Pomiary				$Q_1=.....$, $Q_2=.....$			
	R	f	I	I_L	I_C	B	Y	φ
	Ω	Hz	A	A	A	S	S	deg
1.								
2.								
...								
1.								
2.								
...								

Opracowanie wyników pomiarów:

- na podstawie wyników pomiarów określić częstotliwość rezonansową, następnie obliczyć: susceptancję wypadkową B , moduł admitancji Y oraz kąt φ przesunięcia fazowego obwodu dla wszystkich wartości częstotliwości pomiarowych – korzystając z następujących zależności: $B = \frac{I_C - I_L}{U}$, $Y = \left| \sqrt{B^2 + G^2} \right|$, $\varphi = -\arctg \frac{B}{G}$;
obliczyć dobroć obwodu dla częstotliwości rezonansowej (dla obydwu wartości rezystancji) jako $Q \cong \frac{I_L}{I} \cong \frac{I_C}{I}$;
- wykreślić w jednym układzie współrzędnych zależności susceptancji wypadkowej B oraz modułu admitancji Y od częstotliwości f dla obydwu wartości dobroci obwodu;
- wykreślić w jednym układzie współrzędnych zależność kąta φ przesunięcia fazowego obwodu od częstotliwości f dla obydwu wartości dobroci obwodu;
- wykreślić w jednym układzie współrzędnych zależności prądów I , I_L , I_C od częstotliwości f dla obydwu wartości dobroci obwodu.