

# Ćwiczenie 4

## WYZNACZANIE INDUKCYJNOŚCI WŁASNEJ I WZAJEMNEJ

Celem ćwiczenia jest poznanie pośrednich metod wyznaczania indukcyjności własnej i wzajemnej na podstawie pomiarów parametrów elektrycznych obwodu.

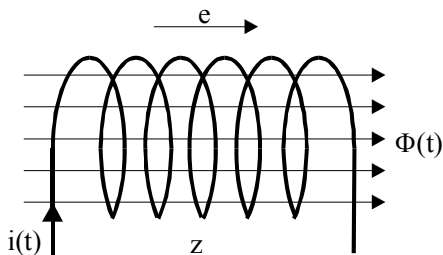
### 4.1. Zjawisko samoindukcji. Indukcyjność własna

W cewce o liczbie zwojów  $z$  umieszczonej w zmiennym polu magnetycznym na skutek zjawiska indukcji elektromagnetycznej indukuje się napięcie opisane zależnością

$$e = -z \frac{d\Phi}{dt} \quad (4.1)$$

gdzie:  $e$  - chwilowa wartość napięcia indukowanego,  
 $z$  - liczba zwojów,  
 $\Phi$  - strumień magnetyczny.

W szczególnym przypadku, gdy zmienny strumień magnetyczny wywołany jest zmiennym prądem występującym w tej cewce, zjawisko indukowania się napięcia nazywamy samoindukcją (rys.4.1).



Rys.4.1. Cewka powietrzna.

**Zjawisko samoindukcji polega na indukowaniu się napięcia w cewce lub w obwodzie elektrycznym pod wpływem zmian natężenia prądu występującego w tej cewce lub w tym obwodzie.**

Wartość chwilową napięcia indukowanego opisuje wtedy zależność

$$e = -L \frac{di}{dt} \quad (4.2)$$

gdzie  $i$  - prąd cewki.

Współczynnik proporcjonalności  $L$  nazywa się indukcyjnością własną cewki.

**Indukcyjność własna jest to parametr cewki charakteryzujący jej zdolność do wytwarzania pola magnetycznego.**

Porównując wzory (4.1) i (4.2) otrzymuje się zależność

$$z \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt} . \quad (4.3)$$

Jeżeli przyjąć założenie, że w polu magnetycznym cewki nie ma materiałów ferromagnetycznych (strumień jest proporcjonalny do prądu), to wtedy wzór (4.3) można zapisać

$$z\Phi = Li \quad (4.4)$$

Na podstawie powyższej relacji indukcyjność własna cewki  $L$  wynosi

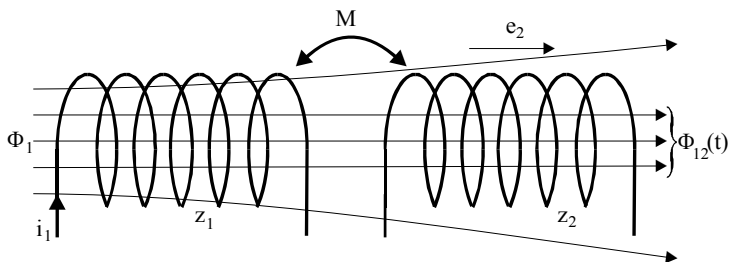
$$L = \frac{z\Phi}{i} . \quad (4.5)$$

Jednostką indukcyjności jest henr

$$1 \text{ H} = \frac{1 \text{ Wb}}{1 \text{ A}} = \frac{1 \text{ V} \cdot \text{s}}{1 \text{ A}} = 1 \Omega \cdot \text{s}$$

## 4.2. Zjawisko indukcji wzajemnej. Indukcyjność wzajemna

Dwie cewki są magnetycznie sprzężone, jeśli strumień magnetyczny wytwarzany przez jedną z cewek przenika drugą cewkę (rys 4.2). Jak wynika z rys.4.2 prąd zmienny  $i_1$  w pierwszej cewce wytworzy strumień  $\Phi_1$ , którego część  $\Phi_{12}$  będzie skojarzona z cewką drugą, a pozostała jego część ulegnie rozproszeniu.



Rys.4.2 Dwie cewki powietrzne magnetycznie sprzężone.

Ponieważ każdej zmianie strumienia towarzyszy indukowanie się napięcia, to napięcie  $e_2$  indukowane w cewce drugiej to można przedstawić w postaci zależności

$$e_2 = -z_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} \quad (4.6)$$

gdzie:  $z_2$  -liczba zwojów cewki 2,

$\Phi_{12}$  - strumień magnetyczny sprzężony z cewką 2 wywołany przez prąd  $i_1$ .

Ponieważ zmiana strumienia  $\Phi_{12}$  spowodowana jest zmianą prądu  $i_1$ , to napięcie  $e_2$  indukowane w drugiej cewce można opisać zależnością

$$e_2 = -M_{12} \frac{di_1}{dt} \quad (4.7)$$

gdzie:  $M_{12}$  - wartość indukcyjności wzajemnej cewek 1 i 2,

$i_1$  - prąd cewki 1.

**Zjawisko indukcji wzajemnej polega na tym , że każdej zmianie natężenia prądu w jednej z cewek sprzężonych magnetycznie towarzyszy indukowanie się napięcia również w cewce drugiej.**

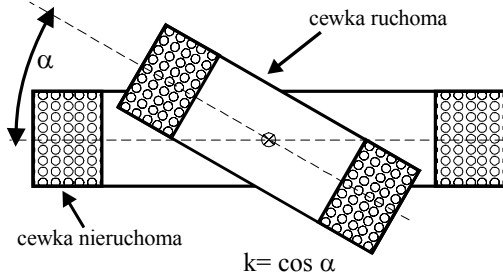
Z porównania równań (4.6) i (4.7) można wyznaczyć indukcyjność wzajemną  $M_{12}$  cewek magnetycznie sprzężonych z zależności

$$M_{12} = \frac{z_2 \Phi_{12}}{i_1} . \quad (4.8)$$

W przypadku, gdy droga strumienia magnetycznego przebiega w obu cewkach w tym samym środowisku, to wartość indukcyjności wzajemnej cewek 1 i 2 jest równa wartości indukcyjności wzajemnej cewek 2 i 1, co można zapisać  $M_{12} = M_{21} = M$ . Indukcyjność wzajemna dwóch cewek powiązana jest z ich indukcyjnościami własnymi zależnością

$$M = k\sqrt{L_1L_2} . \quad (4.9)$$

Współczynnik  $k$  nazywa się współczynnikiem sprzężenia magnetycznego cewek, a jego wartość zależy od ich wzajemnego położenia w przestrzeni. Współczynnik ten zmienia się w zakresie  $0 \div 1$ . Wartość  $k = 1$  oznacza sprzężenie idealne, natomiast  $k = 0$  oznacza brak sprzężenia magnetycznego.

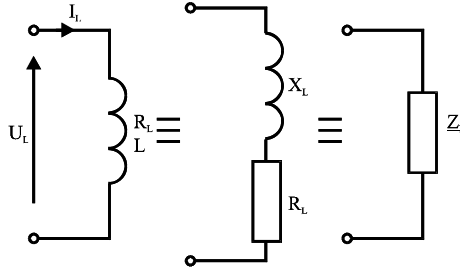


Rys. 4.3. Układ cewek umożliwiający zmianę współczynnika sprzężenia.

Rys.4.3 przedstawia przekrój układu dwóch cewek toroidalnych, w którym cewka wewnętrzna jest ułożyskowana i może zmieniać swoje położenie względem nieruchomej cewki zewnętrznej. Dla takiego układu dwóch cewek sprzężenie bliskie idealnemu można uzyskać przez ich usytuowanie w jednej płaszczyźnie. Natomiast przy takim położeniu cewek, w którym ich osie są prostopadłe współczynnik  $k$  jest bliski zeru.

#### 4.3. Metoda wyznaczania indukcyjności własnej cewki na podstawie pomiarów prądów i napięć

Rzeczywista cewka oprócz indukcyjności własnej  $L$  ma również rezystancję  $R_L$  i dlatego cewkę rzeczywistą można przedstawić jako szeregowe połączenie indukcyjności i rezystancji (rys.4.4).



Rys.4.4. Sposób przedstawiania cewki rzeczywistej.

Dla prądu stałego cewka stanowi rezystancję  $R_L$ , natomiast dla prądu przemiennego cewkę taką charakteryzuje impedancja  $\underline{Z}_L$ , której moduł opisuje zależność

$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2}. \quad (4.10)$$

Reaktancja cewki  $X_L$  opisana jest wzorem

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \quad (4.11)$$

gdzie:  $\omega$  - pulsacja prądu cewki,  
 $f$  - częstotliwość prądu.

Na podstawie zależności (4.11) można wyznaczyć indukcyjność własną cewki  $L$  jako

$$L = \frac{X_L}{2\pi f}. \quad (4.12)$$

Po wyznaczeniu reaktancji indukcyjnej  $X_L$  z (4.10) i podstawieniu do (4.12) wyrażenie opisujące indukcyjność własną cewki przyjmuje postać

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{Z_L^2 - R_L^2}. \quad (4.13)$$

Na podstawie powyższej relacji widać, że do wyznaczenia indukcyjności  $L$  potrzebna jest znajomość modułu impedancji oraz rezystancji cewki. Ponieważ dla prądu stałego  $X_L = 0$  dla ( $f = 0$ ), zatem

rezystancję cewki  $R_L$  można wyznaczyć przez pomiar prądu cewki  $I_L$  i napięcia na niej  $U_L$  przy zasilaniu prądem stałym ze wzoru:

$$R_L = \frac{U_L}{I_L}. \quad (4.14)$$

Zasilając cewkę prądem przemiennym i dokonując pomiaru wartości skutecznych prądu cewki  $I_L$  i napięcia na niej  $U_L$  wyznaczyć można moduł impedancji  $Z_L$  z zależności

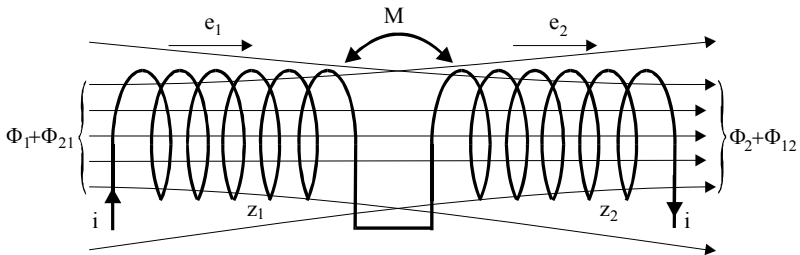
$$Z_L = \frac{U_L}{I_L}. \quad (4.15)$$

Dokonując pomiarów rezystancji i impedancji cewki metodą techniczną (czyli za pomocą amperomierza i woltomierza) przy znanej częstotliwości sieci zasilającej  $f$  można obliczyć indukcyjność własną cewki ze wzoru (4.13).

#### 4.4. Wyznaczanie indukcyjności wzajemnej metodą posobnego i przeciwsobnego łączenia cewek

W metodzie tej stosuje się układ dwóch cewek o indukcyjnościach  $L_1$  i  $L_2$  oraz o rezystancjach odpowiednio  $R_1$  i  $R_2$ . Cewki te są sprzężone magnetycznie i połączone szeregowo w obwód elektryczny, co oznacza, że przez obie cewki płynie ten sam prąd. Możliwe są dwa przypadki:

- strumienie magnetyczne cewek są zgodne - tzw. połączenie posobne (rys.4.5),
- strumienie magnetyczne cewek są przeciwne - tzw. połączenie przeciwsobne (rys.4.6).



Rys.4.5 Posobne połączenie dwóch cewek.

Na rys.4.4. przedstawione zostały strumienie magnetyczne wywołane przepływem prądu  $i$ , a mianowicie:

$\Phi_1$  - strumień magnetyczny cewki 1,

$\Phi_2$  - strumień magnetyczny cewki 2,

$\Phi_{12}$  - strumień magnetyczny sprzężony z cewką 2 wytworzony przez prąd w cewce 1,

$\Phi_{21}$  - strumień magnetyczny sprzężony z cewką 1 wytworzony przez prąd w cewce 2.

Dla połączenia posobnego napięcia indukowane w cewkach (przy założeniu, że  $M_{12} = M_{21} = M$ ) wynoszą odpowiednio

$$e_1 = -(L_1 + M) \frac{di}{dt}, \quad (4.16)$$

$$e_2 = -(L_2 + M) \frac{di}{dt},$$

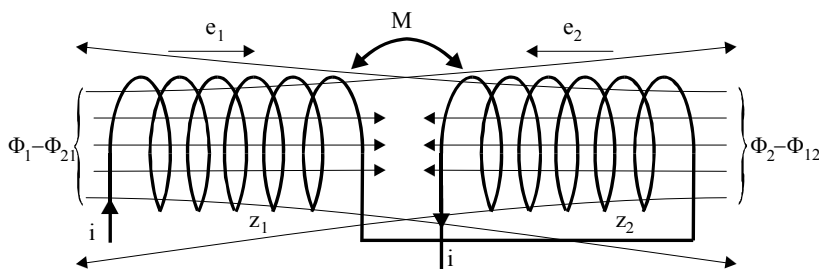
natomiast wypadkowe napięcie indukowane  $e$  jest sumą napięć  $e_1$  i  $e_2$  i wynosi

$$e = e_1 + e_2 = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}. \quad (4.17)$$

W przypadku połączenia posobnego układ cewek można zastąpić cewką równoważną o indukcyjności  $L_{pp}$  i rezystancji  $R_S$ . Parametry te dane są zależnościami:

$$R_S = R_1 + R_2, \quad (4.18)$$

$$L_{pp} = L_1 + L_2 + 2M.$$



Rys 4.6 Połączenie przeciwsobne dwóch cewek.

Przy przeciwsobnym połączeniu cewek (rys.4.6) napięcia w nich indukowane wynoszą odpowiednio

$$\begin{aligned} e_1 &= -(L_1 - M) \frac{di}{dt}, \\ e_2 &= -(L_2 - M) \frac{di}{dt}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

natomiast wypadkowe napięcie indukowane  $e$  można przedstawić jako

$$e = e_1 + e_2 = -(L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt}. \quad (4.20)$$

W tym przypadku układ cewek można zastąpić cewką równoważną o indukcyjności  $L_{PR}$  i rezystancji  $R_S$ , gdzie parametry te dane są zależnościami:

$$\begin{aligned} R_S &= R_1 + R_2, \\ L_{PR} &= L_1 + L_2 - 2M. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Przez odjęcie stronami równań (4.18) i (4.21) można, przy znanych  $L_{PP}$  i  $L_{PR}$ , wyznaczyć indukcyjność wzajemną  $M$  z zależności

$$M = \frac{L_{PP} - L_{PR}}{4}. \quad (4.22)$$

Do wyznaczenia indukcyjności wzajemnej konieczna jest znajomość wartości indukcyjności wypadkowych połączenia posobnego  $L_{PP}$  i połączenia przeciwsobnego  $L_{PR}$ . Indukcyjność wzajemną  $M$  wyznacza się według wzoru (4.22). Wartości indukcyjności wypadkowych  $L_{PP}$  i  $L_{PR}$  można wyznaczyć w taki sam sposób jak indukcyjność własną na podstawie pomiarów prądów i napięć (wg metody opisanej w p.4.3).

#### 4.4. Wyznaczanie indukcyjności wzajemnej metodą pomiaru napięcia indukowanego

W tej metodzie wyznaczana jest indukcyjność wzajemna dwóch cewek magnetycznie sprzężonych, które nie tworzą obwodu elektrycznego. Jedna z cewek zasilana jest prądem przemiennym o częstotliwości  $f$  i wartości skutecznej  $I_1$ . W wyniku zjawiska indukcji wzajemnej w drugiej cewce



indukuje się napięcie o wartości skutecznej  $U_2$ . Ponieważ droga strumienia magnetycznego przebiega w obu cewkach w tym samym środowisku, można przyjąć  $M_{12} = M_{21} = M$ .

Na podstawie zależności (4.7) przyjmując  $u = -e$  oraz  $i_1(t) = I_{1m} \sin(2\pi ft)$  można zapisać

$$u_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} = M \frac{d(I_{1m} \sin(2\pi f t))}{dt} = 2\pi f M I_{1m} \cos(2\pi ft). \quad (4.23)$$

Przechodząc na wartości skuteczne prądu i napięcia zależność powyższa przyjmuje postać

$$U_2 = 2\pi f M I_1, \quad (4.24)$$

z której wynika następująca zależność na indukcyjność wzajemną cewek

$$M = \frac{U_2}{2\pi f I_1}. \quad (4.25)$$

Taką samą wartość indukcyjności wzajemnej  $M$  otrzyma się w przypadku zasilania cewki drugiej (pomiar prądu  $I_2$ ) i pomiaru napięcia  $U_1$  indukowanego w cewce pierwszej. W tym przypadku wyrażenie opisujące indukcyjność wzajemną ma postać

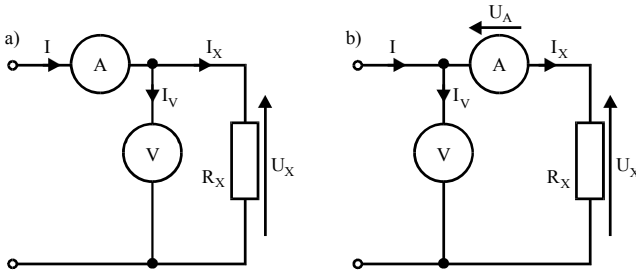
$$M = \frac{U_1}{2\pi f I_2}. \quad (4.26)$$

Indukcyjność wzajemną dwóch cewek można więc wyznaczyć przez pomiar napięcia indukowanego w cewce pierwszej wywołanego prądem w cewce drugiej lub przez pomiar napięcia w cewce drugiej wywołanego przez prąd w cewce pierwszej.

#### **4.6. Pomiar rezystancji elementu obwodu elektrycznego metodą techniczną**

Rezystancję elementu obwodu elektrycznego można wyznaczyć przez pomiar prądu i napięcia w układach pomiarowych przedstawionych na rys.4.7. Rzeczywistą rezystancję elementu wyznacza się z prawa Ohma

$$R_X = \frac{U_X}{I_X}. \quad (4.27)$$



Rys.4.7. Schematy układów do pomiarów rezystancji:  
 a) małych,  
 b) dużych.

W układzie przedstawionym na rys.4.7.a) występuje dokładny pomiar napięcia na rezystancji  $R_X$  ( $U_V = U_X$ ), natomiast amperomierz mierzy sumę prądów  $I_A = I_X + I_V$ .

W tym przypadku wyznaczona rezystancja

$$R'_X = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_X}{I_X + I_V} \quad (4.28)$$

jest mniejsza od rzeczywistej rezystancji  $R_X$ . Błąd pomiaru jest tym mniejszy, im mniejszy jest stosunek rezystancji  $R_X$  do rezystancji wewnętrznej woltomierza  $R_V$ . Układ ten stosowany jest do pomiaru rezystancji spełniających warunków

$$R_X \ll R_V. \quad (4.29)$$

Z uwagi na to, że rezystancja wewnętrzna woltomierza jest duża, układ ten stosowany jest do pomiaru małych rezystancji.

W układzie przedstawionym na rys.4.7.b) występuje dokładny pomiar prądu na rezystancji  $R_X$  ( $I_A = I_X$ ), natomiast woltomierz mierzy sumę napięć  $U_V = U_X + U_A$ . W tym przypadku wyznaczona rezystancja

$$R'_X = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_X + U_A}{I_X} \quad (4.30)$$

jest większa od rzeczywistej rezystancji  $R_X$ . Błąd pomiaru jest tym mniejszy, im mniejszy jest stosunek rezystancji amperomierza  $R_A$  do rezystancji  $R_X$ . Układ ten stosowany jest do pomiaru rezystancji spełniających warunek

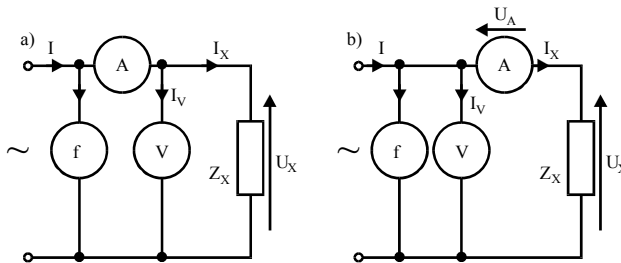
$$R_X \gg R_A. \quad (4.31)$$

Z uwagi na to, że rezystancja wewnętrzna amperomierza jest mała, układ ten stosowany jest do pomiaru dużych rezystancji.

#### 4.7. Wyznaczanie impedancji elementu obwodu elektrycznego

Wyznaczenia impedancji elementu można dokonać w układach pomiarowych przedstawionych na rys.4.8. Rzeczywistą impedancję elementu określa się jako

$$Z_X = \frac{U_X}{I_X}. \quad (4.32)$$



Rys.4.8. Schematy układów do pomiarów impedancji:

- a) małych,
- b) dużych.

Układy do pomiaru impedancji zasilane są napięciem przemiennym. Rozważając błędy powstające w powyższych układach analogicznie jak w p.4.6. można dojść do następujących wniosków:

- układ przedstawiony na rys.4.8.a) stosuje się do pomiarów impedancji spełniających warunek  $Z_X \ll Z_V$ , gdzie  $Z_V$  jest impedancją wewnętrzną woltomierza,

- układ przedstawiony na Rys.4.8.b) stosuje się do pomiarów impedancji spełniających warunek  $Z_X \gg Z_A$ , gdzie  $Z_A$  jest impedancją wewnętrzną amperomierza.

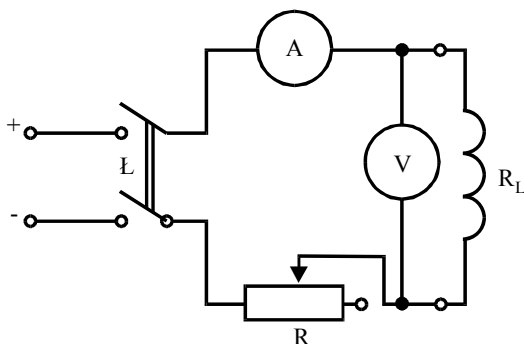


### 4.8.1. Wyznaczanie rezystancji pojedynczej cewki

Pomiary przeprowadza się dla jednej (wybranej) cewki w obwodzie połączonym zgodnie ze schematem z rys 4.9.

W celu wyznaczenia rezystancji cewki należy dokonać trzech pomiarów prądu i napięcia zmieniając prąd w obwodzie przez zmianę rezystancji R.

**Uwaga ! Nie przekraczać dopuszczalnych prądów cewek**



Rys 4.9. Schemat układu do pomiaru rezystancji cewki.

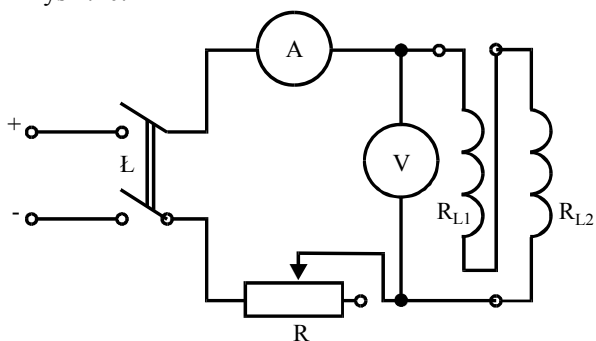
Tab. 4.1

L.p.	Pomiary		Obliczenia	
	Cewka ...			
	I	U	$R_L$	$R_{L\text{śr}}$
	[A]	[V]	[ $\Omega$ ]	[ $\Omega$ ]
1.				
2.				
3.				

Dla każdego pomiaru należy obliczyć rezystancję cewki a następnie wyznaczyć jej wartość średnią.

#### 4.8.2. Wyznaczanie rezystancji szeregowego połączenia cewek

Pomiary przeprowadza się w obwodzie połączonym zgodnie ze schematem z rys 4.10.



Rys.4.10. Schemat układu do wyznaczenia rezystancji połączenia szeregowego cewek.

W celu wyznaczenia rezystancji połączenia szeregowego cewek należy dokonać pomiarów prądu i napięcia dla trzech wartości prądu ustalonych rezystancją  $R$ .

Tab. 4.2

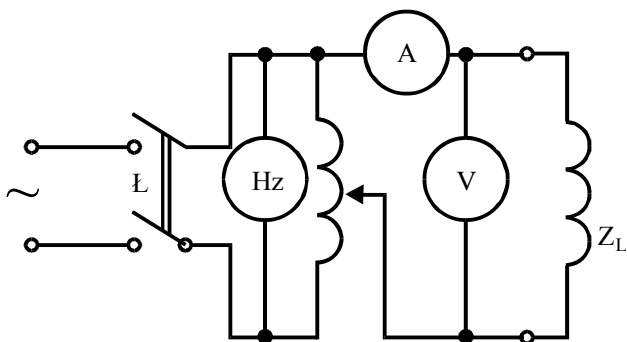
L.p.	Pomiary		Obliczenia	
	Połączenie szeregowo cewek			
	I	U	$R_S$	$R_{S\bar{s}r}$
	[A]	[V]	[ $\Omega$ ]	[ $\Omega$ ]
1.				
2.				
3.				

Dla każdego pomiaru należy obliczyć rezystancję szeregowego połączenia cewek a następnie wyznaczyć jej wartość średnią.

### 4.8.3. Wyznaczanie indukcyjności własnej cewki

W celu wyznaczenia indukcyjności własnej cewki należy wyznaczyć moduł jej impedancji oraz wykorzystać wartość rezystancji wyznaczoną w p.4.8.1.

Mierzona będzie wartość skuteczna prądu  $I$  i wartość skuteczna napięcia  $U$ . Pomiar przeprowadza się w obwodzie połączonym zgodnie ze schematem z rys 4.11 dla tej samej cewki, dla której wyznaczona była wartość rezystancji w punkcie 4.8.1. W celu wyznaczenia modułu impedancji cewki należy dokonać trzech pomiarów prądu i napięcia zmieniając napięcie zasilające autotransformatorem  $At$ .



Rys.4.11. Schemat układu do wyznaczania impedancji cewki.

Tab.4.3

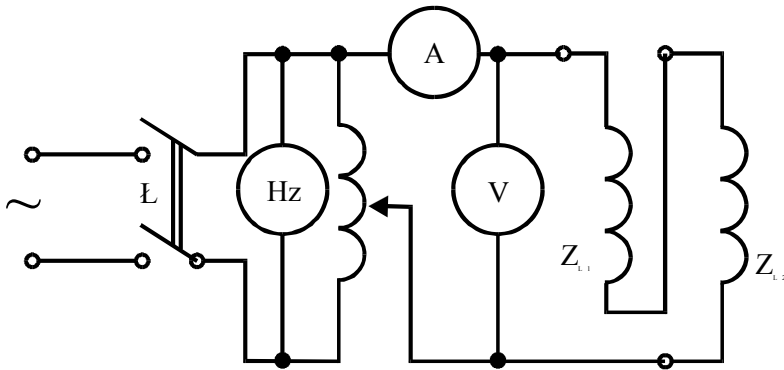
L.p.	Pomiary		Obliczenia			
	$I$	$U$	$Z_L$	$X_L$	$L$	$L_{sr}$
	[A]	[V]	[ $\Omega$ ]	[ $\Omega$ ]	[H]	[H]
Cewka ...						
1.						
2.						
3.						

Na podstawie wyników pomiarów dokonać obliczenia impedancji  $Z$ , reakcji indukcyjnej  $X_L$  oraz indukcyjności cewki  $L$  i wartości średniej indukcyjności cewki  $L_{sr}$ .



#### 4.8.4. Wyznaczanie indukcyjności wzajemnej metodą posobnego i przeciwsobnego połączenia cewek

W celu wyznaczenia indukcyjności wzajemnej należy wyznaczyć impedancję połączenia posobnego i przeciwsobnego cewek oraz wykorzystać wartość ich rezystancji przy połączeniu szeregowym wyznaczoną w p.4.8.2. Pomiary przeprowadza się w obwodzie połączonym zgodnie ze schematem z rys 4.12. W celu wyznaczenia modułu impedancji należy dokonać trzech pomiarów prądu i napięcia zmieniając napięcie zasilające autotransformatorem At. Następnie dokonać zamiany połączenia posobnego na przeciwsobne przez obrót cewki wewnętrznej o  $180^0$  (lub przez zamianę przewodów na zaciskach jednej z cewek) i powtórzyć pomiary.



Rys.4.12. Schemat układu do wyznaczenia impedancji połączenia posobnego i przeciwsobnego.

Tab.4.4

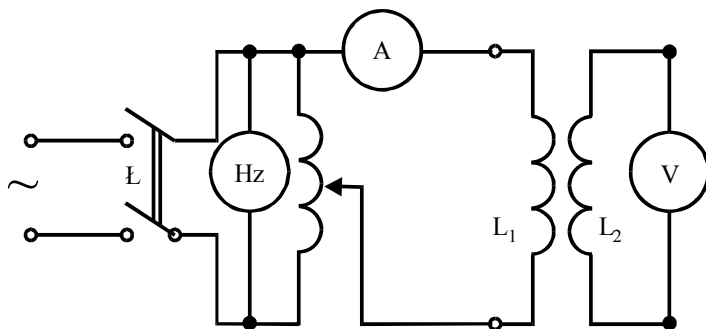
L.p.	Pomiary				Obliczenia							
	Posobny		Przeciwsobny		$Z_{PP}$	$X_{PP}$	$L_{PP}$	$Z_{PR}$	$X_{PR}$	$L_{PR}$	$M$	$M_{sf}$
	I	U	I	U								
1.												
2.												
3.												

Dokonać obliczeń impedancji połączenia posobnego  $Z_{PP}$ , impedancji połączenia przeciwsobnego  $Z_{PR}$ , reaktancji połączenia posobnego  $X_{PP}$ ,

reaktancji połączenia przeciwsobnego  $X_{PR}$ , indukcyjności równoważnej połączenia posobnego  $L_{PP}$ , indukcyjności równoważnej połączenia przeciwsobnego  $L_{PR}$  oraz indukcyjności wzajemnej  $M$  i jej wartości średniej  $M_{sr}$ .

#### 4.8.4. Wyznaczanie indukcyjności wzajemnej metodą pomiaru napięcia indukowanego

Pomiarów dokonuje się w układzie przedstawionym na rys.4.13. W celu wyznaczenia indukcyjności wzajemnej należy dokonać trzech pomiarów prądu i napięcia zmieniając napięcie zasilające autotransformatorem At.



Rys.4.13. Układ do wyznaczenia indukcyjności wzajemnej metodą pomiaru napięcia indukcji wzajemnej.

Tab.4.5

L.p.	Pomiary		Obliczenia	
	$I_1$	$U_2$	$M$	$M_{sr}$
	[A]	[U]	[H]	[H]
1.				
2.				
3.				

Na podstawie wyników pomiarów wyznaczyć indukcyjność wzajemną cewek  $M$  i obliczyć jej wartość średnią  $M_{sr}$ . Wyniki obliczeń umieścić w tabeli 4.4. Porównać otrzymane wartości indukcyjności z wynikami obliczeń z tabeli 4.4.

#### 4.8.6. Wyznaczanie indukcyjności wzajemnej w zależności od położenia cewek względem siebie

Przeprowadzić pomiary napięcia indukowanego w cewce zewnętrznej w zależności od położenia kąowego zasilanej cewki wewnętrznej w układzie połączonym zgodnie z rys. 4.13. Pomiary przeprowadzić dla kątów w zakresie  $0-90^{\circ}$ .

Tab.4.6

Pomiary			Obliczenia
$\alpha$	$I_1$	$U_2$	M.
$[\text{ }^{\circ}]$	[A]	[V]	[H]
0			
.			
.			
90			

Obliczyć wartości indukcyjności wzajemnej. Wykonać wykres funkcji  $M = f(\alpha)$ .

#### Literatura

- [1] S. Bolkowski: Elektrotechnika teoretyczna, teoria obwodów elektrycznych, tom 1. WNT Warszawa 1998.
- [2] M. Krakowski: Elektrotechnika teoretyczna, obwody liniowe i nieliniowe, tom 1. PWN Warszawa 1983.
- [3] Z. Włodarczyk: Elektrotechnika cz. II, Skrypt WAT, Warszawa 1980.