1. SYGNAŁY I OBWODY ELEKTRYCZNE

1.1. POJĘCIA PODSTAWOWE

NAPIĘCIE ELEKTRYCZNE

Napięcie jest wielkością charakteryzującą potencjalne pole elektryczne i wyraża się stosunkiem pracy potrzebnej do przeniesienia ładunku dodatniego z punktu A do B, do wartości tego ładunku.

Różnicę potencjałów dwóch punktów A i B pola elektrycznego nazywamy **napięciem elektrycznym** u między tymi punktami,

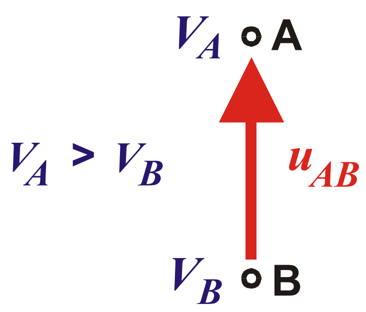
$$\boxed{u_{AB} = V_A - V_B} \tag{1.1}$$

Ponieważ napięcie elektryczne

$$u_{AB} = V_A - V_B = -(V_B - V_A) = -u_{BA} \tag{1.2}$$

jest wielkością skalarną opatrzoną znakiem, nazywamy je skalarem zwrotnym. Jednostką napięcia elektrycznego jest wolt (1V).

UWAGA: *Przyjmuje się, że strzałka napięcia związana z dwoma punktami środowiska, posiada grot skierowany do punktu o wyższym potencjale. Jeśli punkt, do którego skierowany jest grot strzałki napięcia posiada potencjał niższy to oznacza, że wartość tego napięcia jest ujemna.*



Strzałkowanie napięcia

dr inż. Marek Szulim
e-mail: mszulim@wat.edu.pl

PRĄD ELEKTRYCZNY

Pod pojęciem **prąd elektryczny**, rozumiemy:

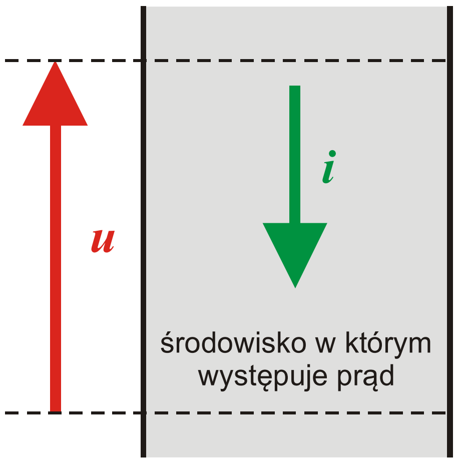
- **zjawisko** uporządkowanego ruchu ładunków elektrycznych przez badany przekrój poprzeczny środowiska występujące pod wpływem działającego pola elektrycznego;
- wielkość skalarną stanowiącą skrót terminu **natężenie prądu elektrycznego**.

Natężeniem prądu elektrycznego *i* nazywamy granicę stosunku ładunku elektrycznego Δq przenoszonego przez cząstki naładowane w ciągu pewnego czasu Δt poprzez dany przekrój poprzeczny środowiska, do rozpatrywanego czasu, gdy czas ten dąży do zera, tzn.

$$\boxed{i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}} \qquad (1.3)$$

Jednostką prądu elektrycznego jest amper (1A), $[i]$ = 1A = 1C/1s.

UWAGA: *Prąd elektryczny jest skalarem zwrotnym – oznacza się go za pomocą strzałki o grocie skierowanym do obszaru o niższym potencjale (strzałka prądu wskazuje umowny kierunek przepływu ładunku dodatniego), a więc prąd strzałkuje się odwrotnie niż napięcie. Zmiana zwrotu prądu lub napięcia jest równoznaczna ze zmianą znaku tej wielkości.*



Strzałkowanie prądu

MOC I ENERGIA ELEKTRYCZNA

Z każdym elementem przewodzącym, oprócz prądu i oraz napięcia u, związana jest także **moc** p określona wzorem

$$\boxed{p = u\, i} \tag{1.4}$$

Ponieważ $u = u(t)$, $i = i(t)$, zatem także $p = p(t)$, co podkreśla się często mówiąc **moc chwilowa**. Jednostką mocy jest wat (1W) przy czym 1W=1J/1s.

Przy standardowym strzałkowaniu prądu oraz napięcia moc określona zależnością (1.4) jest **mocą pobieraną** przez element z otoczenia.

Jeśli w chwili t_0	
$p(t_0) > 0$ (moc pobierana jest dodatnia)	$p(t_0) < 0$ (moc pobierana jest ujemna)
oznacza to, że moc jest faktycznie	
pobierana przez element z otoczenia	**oddawana** przez element do otoczenia

Energia pobrana przez element w przedziale czasu od t_1 do t_2 jest całką z mocy pobieranej. Oznaczając ją symbolem $W(t_1, t_2)$ piszemy:

$$\boxed{W(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\, dt} \tag{1.5}$$

1.2. KLASYFIKACJA SYGNAŁÓW ELEKTRYCZNYCH

W języku potocznym **sygnał** kojarzy się ze znakiem służącym do przekazywania informacji, np. dźwięk, dym itp. W naszym przypadku będziemy skupiali się wyłącznie na zjawiskach elektrycznych wywołujących falę napięcia lub prądu.

Sygnał elektryczny jest to fala napięcia lub prądu rozchodząca się ze źródła wzdłuż pewnych kierunków zwanych promieniami fali.

Tak zdefiniowany sygnał opisany jest przez **funkcję** wyrażoną **analitycznie** lub przedstawioną w **postaci wykresu**. W przypadku ogólnym jest to funkcja współrzędnych przestrzennych i czasu.

W teorii obwodów o *parametrach skupionych*

PRZEBIEGI CZASOWE napięcia $u(t)$ lub prądu $i(t)$ elektrycznego nazywamy SYGNAŁAMI ELEKTRYCZNYMI.

Sygnały elektryczne mogą być **dowolnymi funkcjami rzeczywistymi czasu**, a więc zmiennej rzeczywistej t.

Badając zmienności tych funkcji:

SYGNAŁY ELEKTRYCZNE

SYGNAŁY ZDETERMINOWANE

Sygnałem zdeterminowanym nazywamy sygnał, którego wystąpienie można przewidzieć i opisać równaniem określającym jego wartość w dowolnej chwili czasu

SYGNAŁY STOCHASTYCZNE

Sygnałem stochastycznym nazywamy sygnał, którego wystąpienia ani wartości nie możemy przewidzieć.

SYGNAŁY ZDETERMINOWANE

STAŁE

$f(t) = \text{const. dla } t \in (-\infty, +\infty)$,

oznaczane: U, I

ZMIENNE

$f(t) \neq \text{const. dla } t \in (-\infty, +\infty)$,

oznaczane: $u(t)$, $i(t)$,

Jeżeli warunek okresowości

$$\bigvee_{T>0} \; \bigwedge_{t} \quad f(t) = f(t + kT)$$

T- okres właściwy, k – liczba całkowita

jest spełniony – **OKRESOWE**

nie jest spełniony – **NIEOKRESOWE**

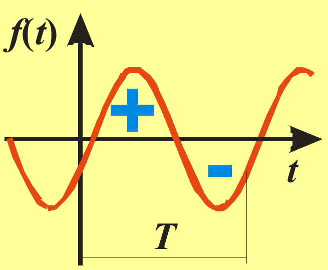
Jeżeli warunek:

$$\int_0^T f(t)\,dt = 0$$

jest spełniony – **PRZEMIENNE**

nie jest spełniony – **TĘTNIĄCE**

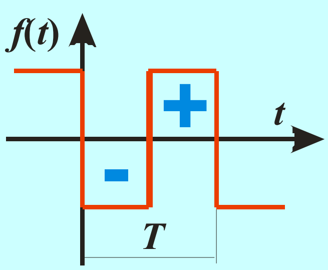
sinusoidalne – **HARMONICZNE**



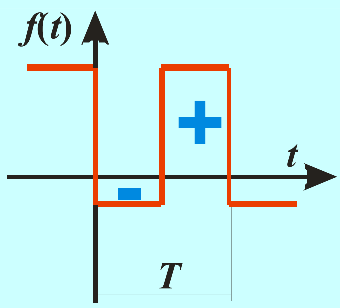
$$f(t) = F_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \Psi\right)$$

dla $t \in (-\infty, +\infty)$

niesinusoidalne – **NIEHARMONICZNE**



TĘTNIĄCE



ODKSZTAŁCONE

1.3. OPIS SYGNAŁU HARMONICZNEGO

SYGNAŁ HARMONICZNY

W grupie przebiegów okresowych szczególne znaczenie mają sygnały harmoniczne, tzn. cosinusoidalne i sinusoidalne. Ponieważ jednak

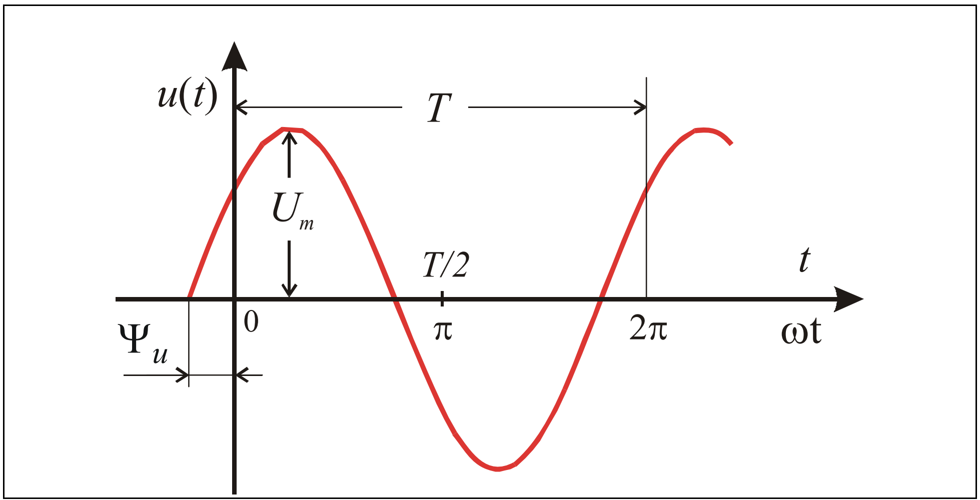
$$\sin(\omega t + \pi/2) = \cos \omega t\,,$$

nazwiemy je ogólnie **sinusoidalnymi** (sinusoidalnie-zmiennymi).

Sygnałami harmonicznymi nazywamy sygnały, których przebieg jest sinusoidalną funkcją czasu

Załóżmy, że rozpatrujemy sygnał sinusoidalny w postaci napięcia:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \Psi_u) \tag{1.6}$$



W czasie odpowiadającym jednemu okresowi faza napięcia zmienia się o 2π, tzn. $\omega T = 2\pi$. Na rys. na osi odciętych oznaczono skalę czasu i skalę kątową.

gdzie: $u(t)$ - wartość chwilowa napięcia;

U_m - wartość maksymalna napięcia (największa wartość chwilowa jaką sygnał osiąga - nazywana **amplitudą**);

Ψ_u - początkowy kąt fazowy, faza początkowa napięcia w chwili $t = 0$;

$\omega t + \Psi_u$ - kąt fazowy, faza napięcia w chwili t;

$\omega = 2\pi f$ - **pulsacja** (częstotliwość kątowa) mierzona w rad/s;

$f = 1/T$ - **częstotliwość** mierzona w Hz, będąca odwrotnością okresu.

- **WARTOŚĆ SKUTECZNA SYGNAŁU**

$$F_{sk} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f(t)^2\, dt} = \sqrt{\overline{f(t)^2}} \quad (1.7)$$

Oznaczana F_{sk} lub samo F

jest to pierwiastek kwadratowy z wartości średniej kwadratu sygnału obliczonej za jeden okres T

<u>Uwaga:</u> *Wartość skuteczna prądu (napięcia) okresowego jest równa takiej wartości prądu (napięcia) stałego, który przepływając przez identyczną rezystancję R wydzieliłby w czasie odpowiadającym okresowi T taką samą ilość ciepła co przebieg okresowy.*

Wartość skuteczna napięcia sinusoidalnego zgodnie ze wzorem (1.7) wynosi

$$\boxed{U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\, dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U_m^2 \sin^2 \omega t\, dt} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 U_m} \quad (1.11)$$

Oznacza to, że równanie opisujące napięcie harmoniczne możemy przedstawić jako

$$\boxed{u(t) = U_m \sin(\omega t + \Psi_u) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \Psi_u)} \quad (1.8)$$

SYGNAŁ WYKŁADNICZY

Przyjmijmy, że sygnał wykładniczy ma postać:

$$x(t) = A e^{st} \quad \text{dla} \quad t \in (-\infty, +\infty) \quad (1.9)$$

Współczynnik s występujący w wykładniku jest zespolony

$$s = \sigma + j\omega \quad (1.10)$$

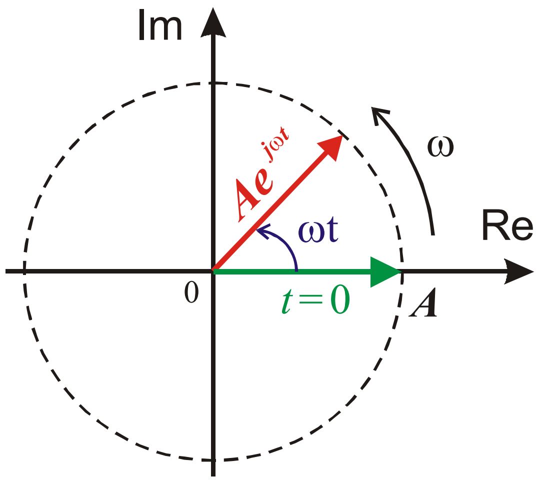
a zatem

$$x(t) = A e^{(\sigma + j\omega)t} = A e^{\sigma t} e^{j\omega t} \quad (1.11)$$

Jeżeli s jest liczbą urojoną (tzn. σ=0) wtedy

$$x(t) = A e^{j\omega t}$$

sygnał $x(t)$ może być interpretowany na płaszczyźnie zmiennej zespolonej za pomocą tzw. ***wektora wirującego*** obracającego się z prędkością kątową ω w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Położenie tego wektora na płaszczyźnie w danej chwili t określone jest za pomocą kąta ωt.



Czynnik $e^{j\omega t}$ spełnia rolę ***operatora obrotu***,

natomiast A jest ***modułem wektora***.

Uwzględniając wzór Eulera

$$e^{j\omega} = \cos\omega t + j\sin\omega t \qquad (1.12)$$

można wektor wirujący wyrazić za pomocą dwóch składowych

$$x(t) = A e^{j\omega} = A\cos\omega t + j\,A\sin\omega t \qquad (1.13)$$

Część rzeczywista wektora wirującego przedstawia sygnał o charakterze cosinusoidalnym

$$\mathrm{Re}\left[A e^{j\omega t}\right] = A\cos\omega t \qquad (1.14)$$

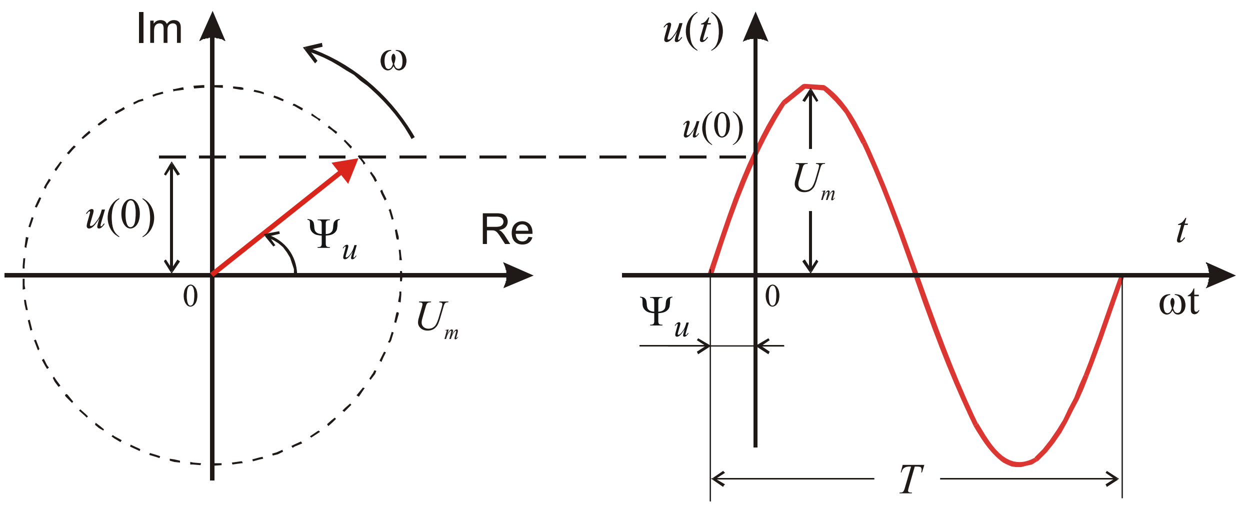
Część urojona wektora wirującego przedstawia sygnał o charakterze sinusoidalnym

$$\boxed{\mathrm{Im}\left[A e^{j\omega t}\right] = A\sin\omega t} \qquad (1.15)$$

Wynika stąd, że najczęściej spotykane przebiegi wielkości elektrycznych stanowią szczególne przypadki sygnału o charakterze wykładniczym.

OPIS SYMBOLICZNY

Rozpatrzmy ponownie sygnał sinusoidalny w postaci napięcia (1.6). Związek pomiędzy wektorem wirującym na płaszczyźnie zmiennej zespolonej a rozpatrywanym sygnałem sinusoidalnym przedstawia rysunek.



Wartość chwilowa napięcia dla chwili $t = 0$ wynosi

$$u(0) = U_m \sin \Psi_u$$

W chwili tej wektor wirujący o amplitudzie U_m jest nachylony względem osi liczb rzeczywistych pod kątem Ψ_u. Rzut tego wektora na oś liczb urojonych wynosi $u(0)$, czyli **<u>wartość chwilowa sygnału sinusoidalnego jest równa rzutowi wektora wirującego na oś liczb urojonych.</u>**

Analitycznie można to ująć, zgodnie z zależnością (1.15), następująco:
dla każdej chwili t

$$\boxed{u(t) = U_m \sin(\omega t + \Psi_u) = \mathrm{Im}\left[U_m e^{j(\omega t + \Psi_u)}\right] = \mathrm{Im}\left[\underline{u}(t)\right]} \qquad (1.16)$$

dr inż. Marek Szulim
e-mail: mszulim@wat.edu.pl

Sygnał sinusoidalny:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \Psi_u) = \sqrt{2}\, U \sin(\omega t + \Psi_u)$$

$u(t)$ – (rzeczywista) wartość chwilowa

U_m – amplituda (wartość max.)

U – wartość skuteczna

posiada następującą **POSTAĆ SYMBOLICZNĄ**
(symboliczną wartość chwilową)

$$\underline{u}(t) = U_m\, e^{j(\omega t + \Psi_u)} = \underbrace{U_m\, e^{j\Psi_u}}_{\underline{U}_m}\, e^{j\omega t} = \sqrt{2}\ \underbrace{U\, e^{j\Psi_u}}_{\underline{U}}\, e^{j\omega t} \tag{1.17}$$

$\underline{U}_m$ – **symboliczna amplituda** /postać zespolona amplitudy/ /wskaz amplitudy/

$\underline{U}$ – **symboliczna wartość skuteczna** */wskaz wartości skutecznej/*

Czyli:

$$\underline{u}(t) = U_m\, e^{j(\omega t + \Psi_u)} = \underline{U}_m\, e^{j\omega t} = \sqrt{2}\, \underline{U}\, e^{j\omega t} \tag{1.18}$$

UWAGI:

- nie zachodzi równość $u(t) \neq \underline{u}(t)$ tylko odpowiedniość $u(t) \triangleq \underline{u}(t)$
- natomiast: $$u(t) = \frac{\underline{u}(t) - \underline{u}^*(t)}{2j} = \mathrm{Im}[\underline{u}(t)] \tag{1.19}$$

- **Metoda symboliczna zapisu przebiegów sinusoidalnych pozwala traktować je jako przebiegi wykładnicze.**

PRZYKŁAD 1

Dla (RZECZYWISTEJ) **wartości chwilowej** napięcia

$$u(t) = 282 \sin\left(314\,t + 30^o\right) V$$

Amplituda: $U_m = 282\,V$

Wartość skuteczna:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{282}{1{,}41} = 200\,V$$

Pulsacja $\omega = 314\,\frac{rad}{s}$

ponieważ $\omega = 2\pi f$

stąd częstotliwość $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \cdot 3{,}14} = 50\,[Hz]$

Jeśli $f = \frac{1}{T}$ zatem okres $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0{,}02\,[s]$

Faza początkowa $\Psi_u = 30^o$

inaczej $\Psi_u = 30^o \frac{\pi}{180^o} = 0{,}524\,rad$

Jej **SYMBOLICZNA wartość chwilowa** wynosi:

$$\underline{u}(t) = U_m\, e^{j(\omega t + \Psi_u)} = 282\, e^{j\left(314t + 30^o\right)}\, V$$

Symboliczna amplituda: $\underline{U}_m = U_m\, e^{j\Psi_u} = 282\, e^{j30^o}\, V$

Symboliczna wartość skuteczna: $\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\Psi_u} = U\, e^{j\Psi_u} = 200\, e^{j30^o}\, V$

1.4. UKŁAD I JEGO PROCESY ENERGETYCZNE

Układem elektrycznym **nazywamy taki układ fizyczny, w którym dominują zjawiska elektryczne bądź magnetyczne lub też oba te zjawiska łącznie.**

Tab. 1.1. Rodzaje podstawowych zjawisk występujących w układzie elektrycznym

Zjawisko fizyczne	Opis	Proces energetyczny
GENERACJA	*wytwarzanie pola elektrycznego - energii elektr. w układzie fiz. na drodze przemian innych form energii*	**Wytwarzania energii**
AKUMULACJA energii w polu magnetycznym	*powstawanie pola magnetycznego wokół przewodników z prądem*	**Gromadzenia energii**
AKUMULACJA energii w polu elektrycznym	*gromadzenie ładunków elektrycznych na przewodnikach, pod wpływem pola elektrycznego*	
DYSYPACJA	*rozpraszanie energii w przewodnikach z prądem (np. zmiana energii prądu elektr. w energię cieplną)*	**Rozpraszania energii**

Badanie dowolnego układu wymaga określenia, która wielkość fizyczna lub ich zespół stanowi przyczynę zjawiska, a która wielkość charakteryzuje zjawiska zaistniałe w wyniku działania określonych przyczyn. W tym celu wprowadza się pojęcia: wymuszenia i odpowiedzi układu.

Wymuszenie – **wielkość fizyczna stanowiąca zewnętrzną przyczynę zjawisk badanych w danym układzie.**

Odpowiedź – **wielkość fizyczna charakteryzująca zjawisko powstałe w układzie pod wpływem wymuszenia.**

*Uwaga: Na układ może działać **jedno** lub **wiele wymuszeń** a badanie układu może dotyczyć **jednej lub wielu odpowiedzi**.*

Obwód elektryczny jest modelem układu elektrycznego, w którym to modelu przy odpowiednim doborze elementów i sposobu ich wzajemnego oddziaływania (połączeń) zachodzą procesy zbliżone do rzeczywistych.

Uwaga:

<u>Obwód elektryczny jest uporządkowanym zbiorem elementów</u>

<u>Element obwodu</u> **to część obwodu niepodzielna pod względem funkcjonalnym bez utraty swych charakterystycznych własności.**

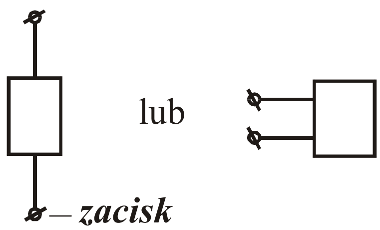
<u>Element idealny</u> **jest to element obwodu, w którym zachodzi tylko jeden z dopuszczalnych procesów energetycznych.**

Element ma wyróżnione ***<u>zaciski</u>***, tj. punkty. Każdy z elementów komunikuje się (łączy się) z innymi elementami obwodu (otoczeniem) WYŁĄCZNIE za pośrednictwem zacisków (biegunów, końcówek przewodów) - z wyjątkiem *źródeł sterowanych*.

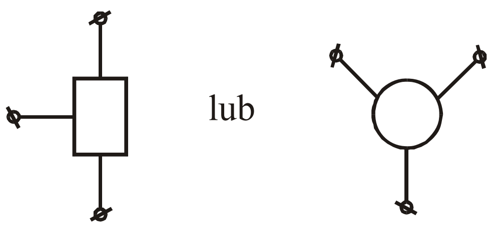
ZACISKOWA KLASYFIKACJA ELEMENTÓW

Klasyfikację elementów obwodu elektrycznego możemy prowadzić przyjmując różne kryteria. Jednym z podstawowych jest kryterium LICZBY POŁĄCZEŃ elementu z otoczeniem - rys.

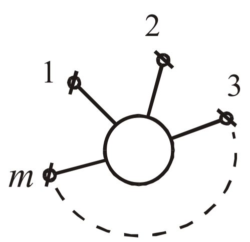
a) DWÓJNIK -



b) TRÓJNIK -



d) WIELOBIEGUNNIK -
(m-biegunnik)



1.5. PARAMETRY PIERWOTNE I ELEMENTY IDEALNE

Parametry pierwotne opisują podstawowe zjawiska fizyczne występujące w układzie elektrycznym

Parametry pierwotne (cechy fizyczne) są mierzalne.

Elementy idealne to takie elementy, w których zachodzi tylko jedno zjawisko fizyczne. Każdy element idealny charakteryzowany jest tylko jednym parametrem pierwotnym

REZYSTANCJA *R*

Jest to wielkość fizyczna charakteryzująca zdolność układu do (jednokierunkowej) zamiany energii elektrycznej na energię cieplną (DYSYPACJA - ROZPRASZANIE).

Rezystancję można definiować w oparciu o moc rozpraszaną $p_R(t)$:

$$R \overset{df}{=} \frac{p_R(t)}{i^2(t)} \tag{1.20}$$

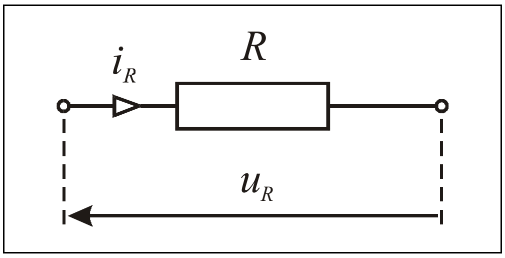
Jednostką rezystancji jest om (Ω).

Często posługujemy się innym parametrem zwanym **konduktancją** G, związaną z rezystancją relacją

$$R\,G = 1 \tag{1.21}$$

jednostką konduktancji jest simens (S), $[G] = 1\text{S} = 1\Omega^{-1}$.

IDEALNY REZYSTOR jest elementem o dwóch zaciskach, w którym zachodzi jedynie proces dysypacji energii elektrycznej. Oznacza to, że jest charakteryzowany tylko rezystancją R.



Między prądem i napięciem (**parą wielkości zaciskowych**) idealnego rezystora występuje proporcjonalność wyrażona **prawem Ohma**

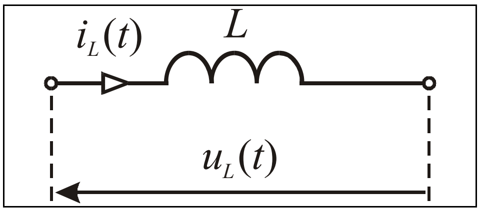
$$u_R = R\,i_R \quad \text{lub} \quad i_R = \frac{1}{R}u_R = G\,u_R \tag{1.22}$$

INDUKCYJNOŚĆ *L*

Jest to wielkość fizyczna charakteryzująca zdolność układu do wytwarzania pola magnetycznego (gromadzenia energii w polu magnetycznym - AKUMULACJA).

$$\boxed{L \overset{df}{=} \frac{\Psi}{i} = const.} \tag{1.23}$$

Jednostką indukcyjności jest henr (H), [*L*]=1Wb/1A=1V·1s/1A=1Ω·1s=1H



IDEALNA CEWKA jest dwójnikiem, w którym zachodzi jedynie proces akumulacji energii w polu magnetycznym. Oznacza to, że opisuje ją tylko indukcyjność *L*.

Napięcie na zaciskach cewki opisuje zależność:

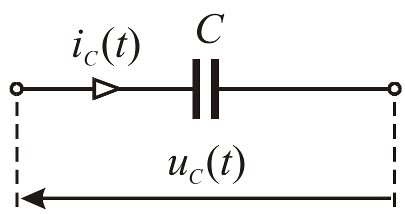
$$u_L(t) = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d}{dt}[L\, i_L(t)] = L\frac{di_L(t)}{dt} \tag{1.24}$$

POJEMNOŚĆ *C*

Wielkość określająca zdolność układu do gromadzenia ładunku elektrycznego pod wpływem przyłożonego napięcia - lub inaczej do gromadzenia energii w polu elektrycznym (AKUMULACJA).

$$\boxed{C \overset{df}{=} \frac{q}{u} = const.} \tag{1.25}$$

Jednostką pojemności jest farad (F), [*C*] = 1C/1V = 1A·1s/1V = 1F.



IDEALNY KONDENSATOR jest dwójnikiem, w którym zachodzi jedynie proces akumulacji energii w polu elektrycznym. Oznacza to, że opisuje go tylko pojemność *C*.

Prąd kondensatora opisuje zależność:

$$i_C(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}[C\, u_C(t)] = C\frac{du_C(t)}{dt} \tag{1.26}$$

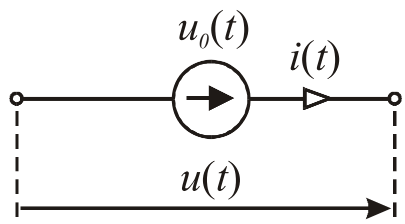
NAPIĘCIE ŹRÓDŁOWE u_0

jest parametrem, występującego w układzie elektrycznym, procesu przemiany innego rodzaju energii (mechanicznej, chemicznej, świetlnej itp.) w energię elektryczną, a zatem jest parametrem opisującym własności generacyjne występujące w układzie. Tę własność niezależną od innych uwarunkowań układu opisuje zależność

$$\boxed{\bigwedge_{i} u(t)=u_0(t)} \tag{1.27}$$

Jednostką napięcia źródłowego jest wolt (V).

IDEALNE ŹRÓDŁO NAPIĘCIA element o dwóch końcówkach (zaciskach), w którym zachodzi wyłącznie generacja energii uzewnętrzniająca się pod postacią napięcia źródłowego u_0 (występującego pomiędzy zaciskami elementu), niezależnego od obciążenia (prądu w układzie).



PRĄD ŹRÓDŁOWY i_Z

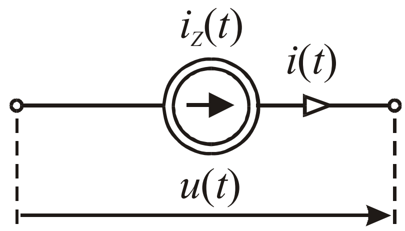
Własności generacyjne układu elektrycznego mogą być również charakteryzowane parametrem nazywanym natężeniem prądu źródłowego lub krótko - prądem źródłowym.

Wartość parametru zwanego prądem źródłowym jest niezależna od stanu pracy układu elektrycznego, co zapiszemy w postaci

$$\boxed{\bigwedge_{u} i(t)=i_Z(t)_Z} \tag{1.28}$$

Jednostką prądu źródłowego jest amper (A).

IDEALNE ŹRÓDŁO PRĄDU element o dwóch końcówkach (zaciskach), w którym zachodzi wyłącznie generacja energii uzewnętrzniająca się pod postacią prądu źródłowego i_Z niezależnego od obciążenia (napięcia na zaciskach).



---

dr inż. Marek Szulim
e-mail: mszulim@wat.edu.pl

IDEALNE ŹRÓDŁA STEROWANE

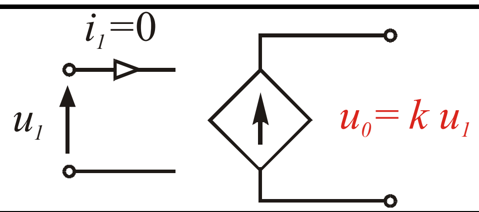
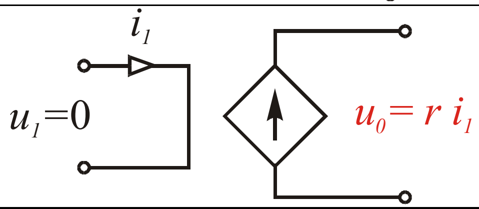
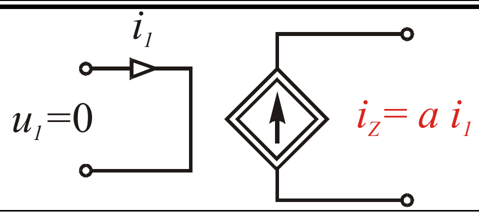
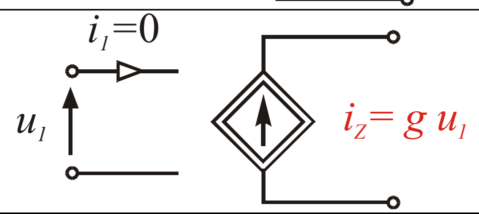
charakteryzują się tym, że ich parametr tj. napięcie źródłowe u_0 bądź prąd źródłowy i_Z jest funkcją napięcia lub prądu związanego z inną parą zacisków obwodu.

Zatem istnienie takich źródeł o niezerowym parametrze nie jest wynikiem przetwarzania w jego strukturze innej formy energii na energię elektryczną, a jedynie konsekwencją niezerowych napięć bądź prądów w innej części obwodu, które nazywamy **wielkościami sterującymi**.

Nie są to zatem źródła w dokładnym sensie tego słowa generacyjne lecz pseudogeneracyjne i dlatego nazywamy je źródłami **nieautonomicznymi**.

Skoro parametr (u_0 bądź i_Z) takiego źródła jako elementu dwuzaciskowego zależy od wielkości elektrycznej (u bądź i) innej pary zacisków, to model obwodowy takiego źródła sterowanego powinien zawierać cztery zaciski (tab.1.2).

Tab. 1.2. Typy źródeł sterowanych

Nazwa źródła	*Symbol graficzny i równania*
ŹRÓDŁO NAPIĘCIOWE STEROWANE NAPIĘCIEM (NSN)	
ŹRÓDŁO NAPIĘCIOWE STEROWANE PRĄDEM (NSP)	
ŹRÓDŁO PRĄDOWE STEROWANE PRĄDEM (PSP)	
ŹRÓDŁO PRĄDOWE STEROWANE NAPIĘCIEM (PSN)	

1.6. SCHEMAT IDEOWY OBWODU

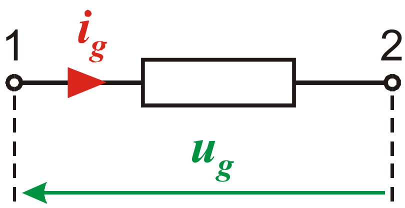
Schematem ideowym obwodu (siecią) nazywamy graficzne przedstawienie obwodu , pokazujące kolejność i sposób połączeń jego elementów.

Wszystkim uwzględnionym w modelu parametrom układu odpowiadają określone elementy, ich symbole graficzne oraz wartości, natomiast odcinki łączące elementy traktujemy jako idealne przewodniki (nie rozpraszające i nie akumulujące energii).

Na schemacie wyróżniamy: **gałęzie**, **węzły** i **oczka**.

Gałąź obwodu jest to układ zawierający jeden lub wiele dowolnie połączonych elementów (zarówno pasywnych jak i aktywnych), posiadający dwie wyprowadzone końcówki (zaciski) do połączenia z pozostałą częścią obwodu.

Gałąź jest więc dwójnikiem do opisu którego wystarczy znajomość napięcia gałęziowego u_g i prądu gałęziowego i_g.

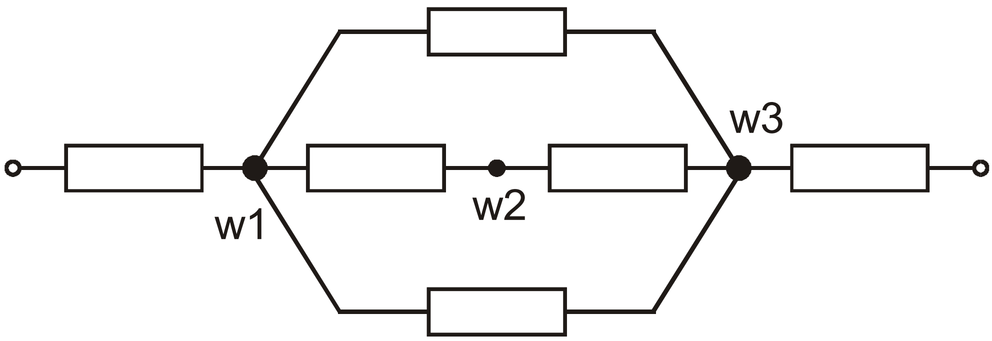


Gałąź obwodu

Końcówkom gałęzi często narzuca się kolejność, tzn. oznaczamy jedną z nich jako pierwszą (1), która stanowi początek gałęzi a pozostałą jako drugą (2), stanowiącą jej koniec.

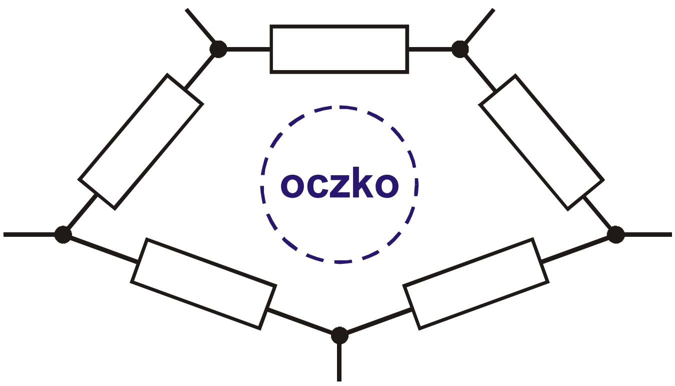
Węzłem obwodu nazywamy końcówkę (zacisk) gałęzi, do której jest przyłączona jedna następna gałąź lub kilka gałęzi.

- ***Węzłem głównym*** obwodu nazywamy końcówkę (zacisk) gałęzi do której dołączono co najmniej dwie inne gałęzie (w1 i w3). Zatem węzeł główny (zwany potocznie węzłem), to taki punkt (zacisk) obwodu w którym zbiegają się co najmniej trzy końcówki różnych gałęzi.
- Jeśli liczba zbiegających się w punkcie końcówek gałęzi jest równa dwa, to punkt nazywamy ***węzłem pomocniczym***. (w2).



Ilustracja pojęcia węzła głównego i pomocniczego

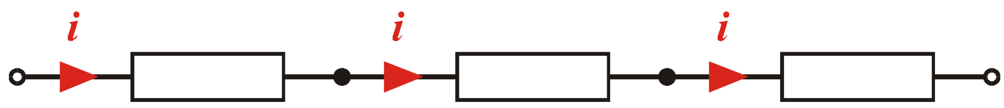
Oczko obwodu elektrycznego jest to zbiór połączonych ze sobą gałęzi tworzących zamkniętą drogę dla prądu i posiadającą tę właściwość, że po usunięciu dowolnej gałęzi oczka pozostałe gałęzie nie tworzą drogi zamkniętej.



Ilustracja pojęcia oczka obwodu

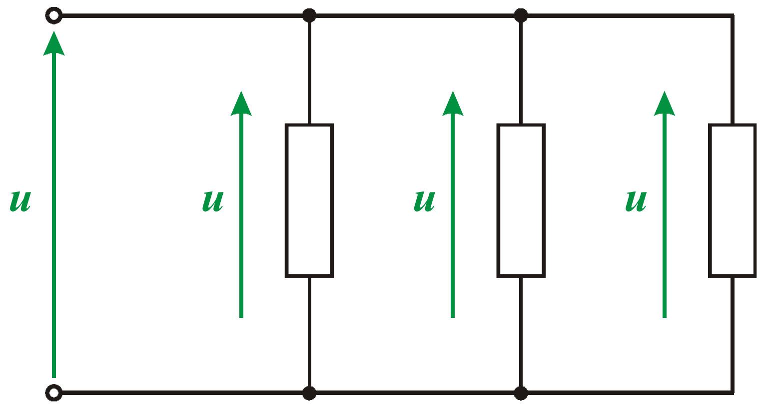
Gałęzie obwodu mogą tworzyć połączenie:
szeregowe, **równoległe**, gwiazdowe lub wieloboczne (wielokątne).

- Układ połączeń nazywamy **szeregowym**, wtedy gdy w każdej gałęzi układu występuje **ten sam prąd elektryczny**.



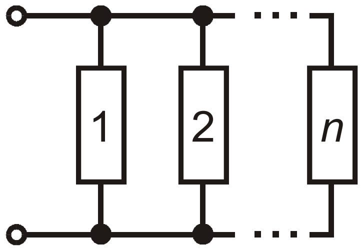
Połączenie szeregowe

- Układ połączeń nazywamy **równoległym**, wtedy gdy na każdej gałęzi układu występuje **to samo napięcie elektryczne**.



Połączenie równoległe

ŁĄCZENIE ELEMENTÓW IDEALNYCH

	SZEREGOWE	**RÓWNOLEGŁE**
		
REZYSTORÓW	$R=\sum_{k=1}^{n} R_k$	$G=\sum_{k=1}^{n} G_k\ ;\ \frac{1}{R}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{R_k}$
CEWEK	$L=\sum_{k=1}^{n} L_k$	$\frac{1}{L}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{L_k}$
KONDENSATORÓW	$\frac{1}{C}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}$	$C=\sum_{k=1}^{n} C_k$
ŹRÓDEŁ NAPIĘCIA	$u_0=\sum_{k=1}^{n} u_{0k}$	*możliwe tylko w jednym przypadku*
ŹRÓDEŁ PRĄDU	*możliwe tylko w jednym przypadku*	$i_Z=\sum_{k=1}^{n} i_{Zk}$

1.7. ELEMENTY *R*, *L*, *C* W OBWODACH PRĄDU HARMONICZNEGO

➢ REZYSTOR

Przy występowaniu prądu, opisanego symboliczną wartość chwilową

$$\underline{i}(t) = \underline{I}_m e^{j\omega t} \tag{1.29}$$

w rezystorze o rezystancji *R*, na jego zaciskach pojawi się (zgodnie z prawem Ohma) napięcie

$$\underline{u}(t) = R\underline{i}(t) \quad \rightarrow \quad \underline{U}_m e^{j\omega t} = R\underline{I}_m e^{j\omega t} \tag{1.30}$$

Zatem

$$\boxed{\underline{U}_m = R\underline{I}_m} \tag{1.31a}$$

lub inaczej

$$\underline{I}_m = \frac{\underline{U}_m}{R} \quad \rightarrow \quad \boxed{\underline{I}_m = G\underline{U}_m} \tag{1.31b}$$

Co oznacza, że

$$\boxed{\underline{U} = R\underline{I}} \tag{1.32a}$$

lub inaczej

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} \quad \rightarrow \quad \boxed{\underline{I} = G\underline{U}} \tag{1.32b}$$

Przedstawiając symboliczne wartości skuteczne w postaci wykładniczej (dla 1.32a), otrzymujemy

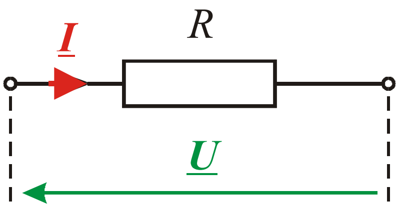
$$U e^{j\Psi_u} = R\, I e^{j\Psi_i} \tag{1.33}$$

Z przyrównania modułów w wyrażeniu (1.33) znajdujemy

$$\boxed{U = R\, I}\,, \quad \boxed{I = G\, U} \tag{1.34a,b}$$

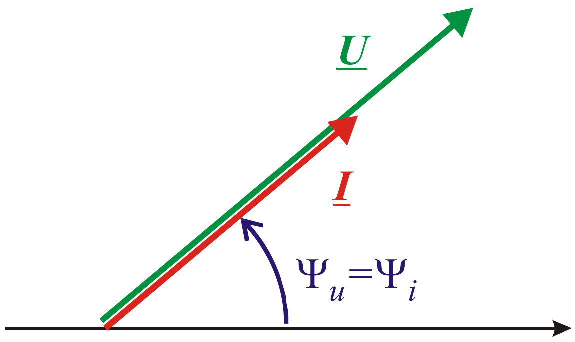
a z przyrównania argumentów $\boxed{\Psi_u = \Psi_i}$ (1.35)

Podsumowując

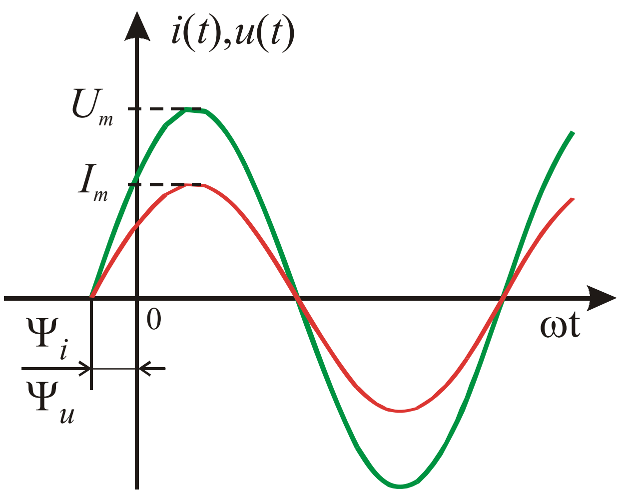


$$\underline{U} = R\,\underline{I}$$

Pomnożenie wskazu $\underline{I}$ przez R spowoduje jedynie zmianę długości tego wskazu R razy. Wobec tego wskaz napięcia $\underline{U}$ znajduje się na tej samej prostej co wskaz prądu $\underline{I}$



Napięcie na zaciskach idealnego rezystora jest w fazie z prądem



Przykładowe przebiegi czasowe napięcia i prądu dla rezystora

Czyli **przesunięcie fazowe** φ między przebiegami $u(t)$ oraz $i(t)$ rezystora wynosi zero:

$$\varphi = \Psi_u - \Psi_i = 0$$

➢ CEWKA INDUKCYJNA

Przy przepływie prądu, opisanego symboliczną wartość chwilową

$$\underline{i}(t) = \underline{I}_m e^{j\omega t} \tag{1.36}$$

w idealnej cewce o indukcyjności L, napięcie na jej zaciskach (zgodnie z 1.24) wyraża zależność

$$\underline{u}(t) = L\frac{d\underline{i}(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad \underline{U}_m e^{j\omega t} = j\omega L\,\underline{I}_m e^{j\omega t} \tag{1.37}$$

Zatem

$$\boxed{\underline{U}_m = j\omega L\,\underline{I}_m} \tag{1.38a}$$

lub inaczej
$$\underline{I}_m = \frac{\underline{U}_m}{j\omega L} \quad \rightarrow \quad \boxed{\underline{I}_m = -j\frac{1}{\omega L}\underline{U}_m} \tag{1.38b}$$

Co oznacza, że

$$\boxed{\underline{U} = j\omega L\,\underline{I}} \tag{1.39a}$$

lub inaczej
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{j\omega L} \quad \rightarrow \quad \boxed{\underline{I} = -j\frac{1}{\omega L}\underline{U}} \tag{1.39b}$$

Przedstawiając symboliczne wartości skuteczne w postaci wykładniczej (dla 1.39a), otrzymujemy

$$U e^{j\Psi_u} = \omega L\, I\, e^{j\left(\Psi_i + \frac{\pi}{2}\right)} \tag{1.40}$$

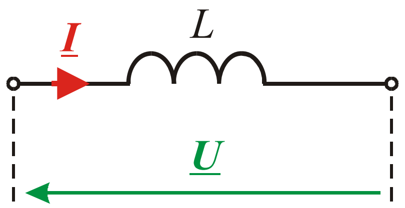
Z przyrównania modułów w wyrażeniu (1.40) znajdujemy

$$\boxed{U = \omega L\, I = X_L I}\ , \quad \boxed{I = \frac{1}{\omega L}U = B_L U} \tag{1.41a,b}$$

reaktancja indukcyjna *susceptancja indukcyjna*

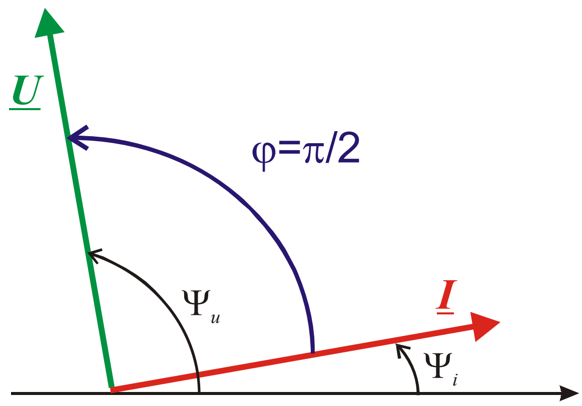
a z przyrównania argumentów
$$\boxed{\Psi_u = \Psi_i + \frac{\pi}{2}} \tag{1.42}$$

Podsumowując

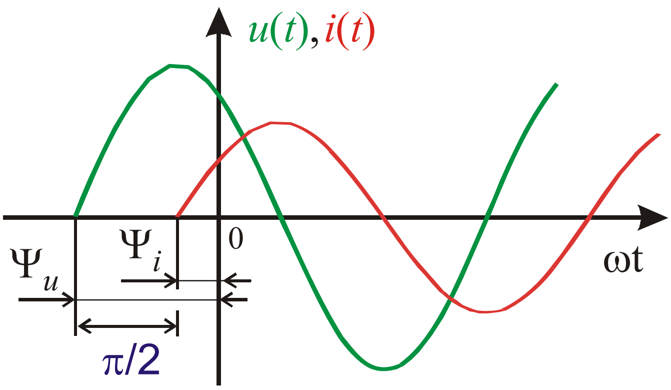


$$\underline{U} = j\omega L\,\underline{I} = jX_L\,\underline{I}$$

Pomnożenie wskazu $\underline{I}$ przez $j\omega L$ (jX_L) powoduje zmianę długości tego wskazu ωL (X_L) razy oraz jego obrót o 90° „w przód"



Napięcie na zaciskach idealnej cewki wyprzedza prąd o 90°



Przykładowe przebiegi czasowe napięcia i prądu dla cewki

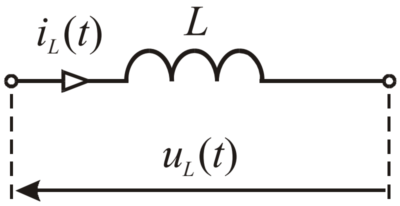
Czyli **przesunięcie fazowe** φ między przebiegami $u(t)$ oraz $i(t)$ cewki wynosi:

$$\varphi = \Psi_u - \Psi_i = \frac{\pi}{2}$$

PRZYKŁAD 2

Obliczyć rzeczywistą wartość chwilową prądu płynącego przez cewkę o indukcyjności L=0,2H, gdy dana jest rzeczywista wartość chwilową napięcia

$$u_L(t) = 141\sin\left(100t + 40^o\right)V$$



Symboliczna amplituda napięcia: $\underline{U}_{Lm} = 141\, e^{j40^o}\, V$

Symboliczna wartość skuteczna napięcia: $\underline{U}_L = \dfrac{141}{\sqrt{2}} e^{j40^o} = 100\, e^{j40^o} [V]$

Reaktancja indukcyjna: $X_L = \omega L = 100 \cdot 0{,}2 = 20 [\Omega]$

Susceptancja indukcyjna: $B_L = \dfrac{1}{\omega L} = \dfrac{1}{X_L} = \dfrac{1}{20} = 0{,}05 [S]$

Zgodnie z (6.37) symboliczna wartość skuteczna prądu:

$$\underline{I}_L = \frac{1}{j\omega L}\underline{U}_L = \frac{\underline{U}_L}{jX_L} = \frac{100\, e^{j40^o}}{j20} = \frac{100\, e^{j40^o}}{20\, e^{j90^o}} = \frac{100}{20} e^{j\left(40^o - 90^o\right)} = 5\, e^{-j50^o}$$

inaczej

$$\underline{I}_L = \frac{1}{j\omega L}\underline{U}_L = -j\frac{1}{\omega L}\underline{U}_L = -jB_L\underline{U}_L =$$

$$= -j0{,}05 \cdot 100\, e^{j40^o} = 0{,}05\, e^{-j90^o} \cdot 100\, e^{j40^o} = 5\, e^{j\left(-90^o + 40^o\right)} = 5\, e^{-j50^o}$$

Czyli symboliczna amplituda prądu: $\underline{I}_{Lm} = 5\sqrt{2}\, e^{-j50^o} [A]$

Stąd **rzeczywista wartość chwilową prądu**

$$i_L(t) = 5\sqrt{2}\sin\left(100t - 50^o\right)A$$

➢ KONDENSATOR

Gdy istnieje napięcie, opisane symboliczną wartość chwilową

$$\underline{i}(t) = \underline{I}_m e^{j\omega t} \tag{1.43}$$

na zaciskach idealnego kondensatora o pojemności C, to prąd płynący przez kondensator (zgodnie z 1.24) wyraża zależność

$$\underline{i}(t) = C\frac{d\underline{u}(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad \underline{I}_m e^{j\omega t} = j\omega C \underline{U}_m e^{j\omega t} \tag{1.44}$$

Zatem

$$\boxed{\underline{I}_m = j\omega C \underline{U}_m} \tag{1.45a}$$

lub inaczej $\underline{U}_m = \dfrac{\underline{I}_m}{j\omega C} \quad \rightarrow \quad \boxed{\underline{U}_m = -j\dfrac{1}{\omega C}\underline{I}_m}$ (1.45b)

Co oznacza, że

$$\boxed{\underline{I} = j\omega C \underline{U}} \tag{1.46a}$$

lub inaczej $\underline{U} = \dfrac{\underline{I}}{j\omega C} \quad \rightarrow \quad \boxed{\underline{U} = -j\dfrac{1}{\omega C}\underline{I}}$ (1.46b)

Przedstawiając symboliczne wartości skuteczne w postaci wykładniczej (dla 1.46a), otrzymujemy

$$I\, e^{j\Psi_i} = \omega C\, U\, e^{j\left(\Psi_u + \frac{\pi}{2}\right)} \tag{1.47}$$

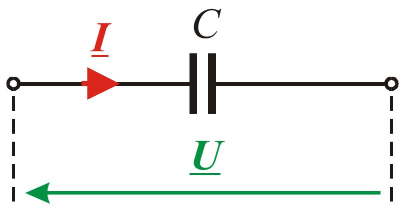
Z przyrównania modułów, znajdujemy

$$\boxed{I = \omega C\, U = B_C U} \qquad \boxed{U = \frac{1}{\omega C} I = X_C I} \tag{1.48a,b}$$

susceptancja pojemnościowa *reaktancja pojemnościowa*

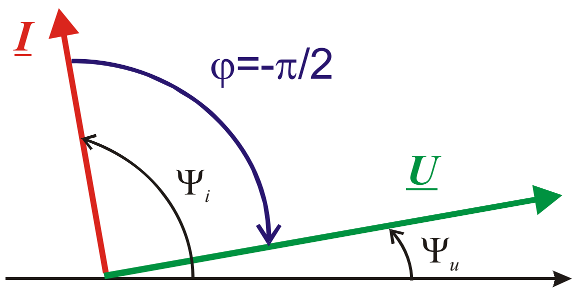
a z przyrównania argumentów $\boxed{\Psi_i = \Psi_u + \dfrac{\pi}{2}}$ (1.49)

Podsumowując

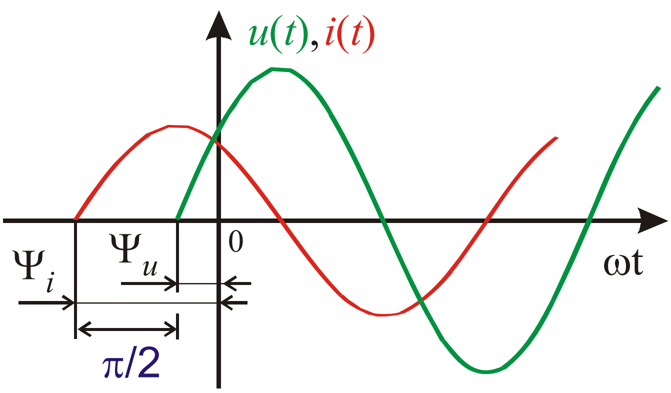


$$\underline{U} = -j\frac{1}{\omega C}\underline{I} = -jX_C\,\underline{I}$$

Pomnożenie wskazu $\underline{I}$ przez $1/j\omega C$ ($-jX_C$) powoduje zmianę długości tego wskazu $1/\omega C$ (X_C) razy oraz jego obrót o 90^o „wstecz”



Prąd płynący przez idealny kondensator wyprzedza napięcie o 90°



Przykładowe przebiegi czasowe napięcia i prądu dla kondensatora

Czyli **przesunięcie fazowe** φ między przebiegami $u(t)$ oraz $i(t)$ kondensatora wynosi:

$$\varphi = \Psi_u - \Psi_i = -\frac{\pi}{2}$$

dr inż. Marek Szulim
e-mail: mszulim@wat.edu.pl

1.8. PODSTAWOWE PRAWA W POSTACI SYMBOLICZNEJ

Prawo Ohma

Symboliczna wartość skuteczna napięcia $\underline{U}$ dwójnika równa się iloczynowi impedancji dwójnika $\underline{Z}$ i wartości skutecznej prądu $\underline{I}$ w nim płynącego:

$$\boxed{\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I}} \tag{1.50}$$

Impedancja (*opór zespolony*) $\underline{Z}$ charakteryzuje przewodnictwo elektryczne dwójnika przy przepływie prądu sinusoidalnego.

Podstawiając w (1.50) symboliczne wartości skuteczne w postaci wykładniczej, otrzymujemy

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U\,e^{j\Psi_u}}{I\,e^{j\Psi_i}} = \frac{U}{I}\,e^{j(\Psi_u - \Psi_i)} \tag{1.51}$$

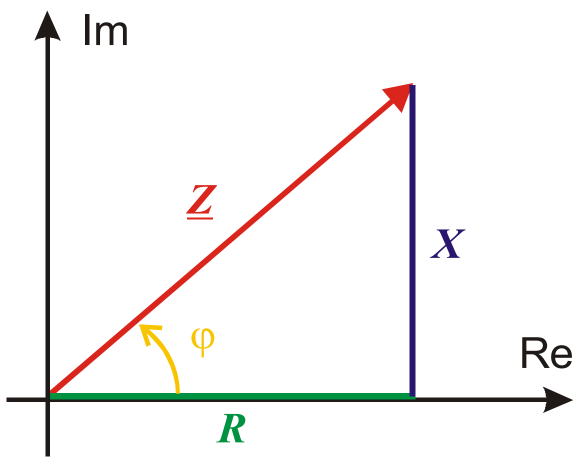
czyli:

$$Z = \frac{U}{I}, \quad \arg \underline{Z} = (\Psi_u - \Psi_i) = \varphi \tag{1.52a,b}$$

Zatem

$$\boxed{\underline{Z} = Z\,e^{j\varphi}} \qquad \boxed{\underline{Z} = \underbrace{R}_{\text{rezystancja}} + j\,\underbrace{X}_{\text{reaktancja}}} \tag{1.53a,b}$$

Impedancję $\underline{Z}$ można przedstawić geometrycznie na płaszczyźnie zmiennej zespolonej za pomocą **trójkąta impedancji**.



Prawo Ohma można także przedstawić następująco:

Symboliczna wartość skuteczna prądu $\underline{I}$ płynącego przez dwójnik równa się iloczynowi admitancji dwójnika $\underline{Y}$ i wartości skutecznej napięcia $\underline{U}$ na jego zaciskach:

$$\boxed{\underline{I} = \underline{Y}\,\underline{U}} \tag{1.54}$$

Admitancja (*przewodność zespolona* – jej jednostką jest simens S) dwójnika równa się odwrotności jego impedancji:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} \tag{1.55}$$

co oznacza, że

$$\underline{Y} = \frac{1}{Z\,e^{j\varphi}} = \frac{1}{Z}e^{-j\varphi} \tag{1.56}$$

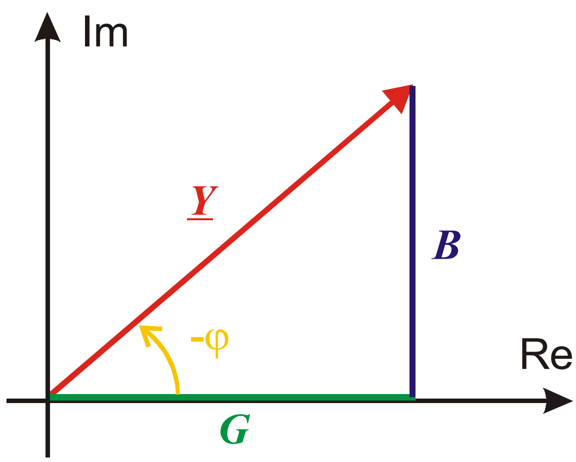
czyli:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{U}, \quad \arg\underline{Y} = -\varphi \tag{1.57a,b}$$

Zatem

$$\boxed{\underline{Y} = Y\,e^{-j\varphi}} \quad \boxed{\underline{Y} = \underbrace{G}_{\text{konduktancja}} + j\underbrace{B}_{\text{susceptancja}}} \tag{1.58a,b}$$

Admitancję $\underline{Y}$ można przedstawić geometrycznie na płaszczyźnie zmiennej zespolonej za pomocą **trójkąta admitancji**.

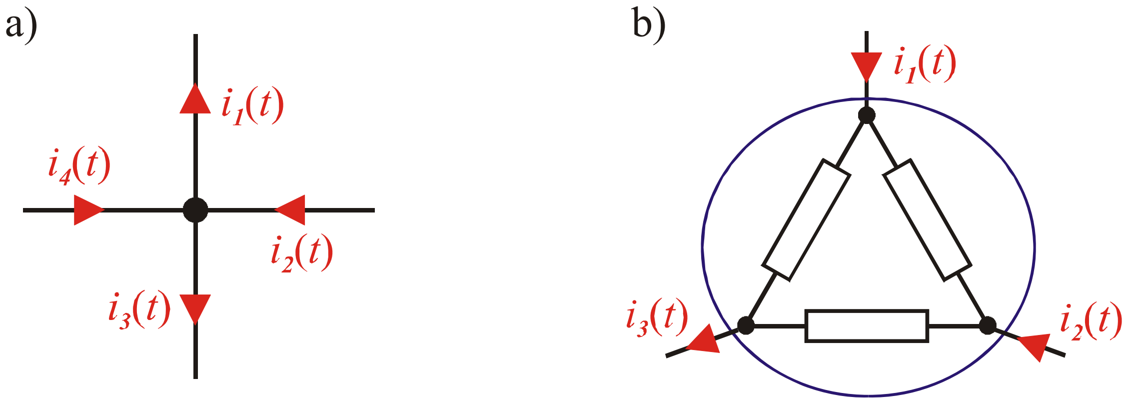


I prawo Kirchhoffa - prądowe prawo Kirchhoffa (PPK)

Algebraiczna suma symbolicznych wartości chwilowych prądów $\underline{i}_n(t)$ we wszystkich gałęziach dołączonych do jednego, dowolnie wybranego węzła obwodu jest w każdej chwili czasu równa zeru:

$$\boxed{\bigwedge_{t} \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \underline{i}_k(t) = 0} \tag{1.59}$$

gdzie: $\lambda_k = \pm 1$ („+” jeśli prąd elektryczny ma zwrot do węzła; „-” jeśli zwrot jest przeciwny, od węzła)



$$-i_1(t)+i_2(t)-i_3(t)+i_4(t)=0 \qquad\qquad i_1(t)+i_2(t)-i_3(t)=0$$

Ilustracja PPK: a) dla węzła, b) dla węzła jako obszaru

Jest ono także słuszne dla symbolicznych amplitud (1.60a) oraz symbolicznych wartości skutecznych (1.60b) odpowiednich prądów:

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \underline{I}_{m\,k} = 0 \tag{1.60a}$$

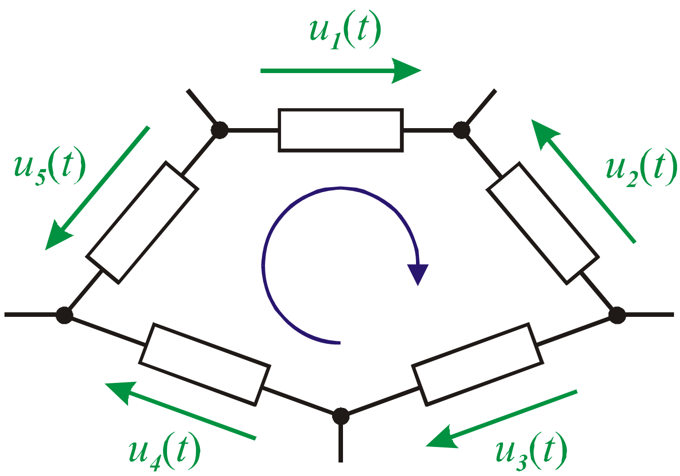
$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \underline{I}_k = 0 \tag{1.60b}$$

II prawo Kirchhoffa - napięciowe prawo Kirchhoffa (NPK)

Algebraiczna suma symbolicznych wartości chwilowych napięć $\underline{u}_n(t)$ na wszystkich elementach, tworzących dowolnie wybrane oczko obwodu jest w każdej chwili czasu równa zeru:

$$\boxed{\bigwedge_t \sum_{k=1}^{n} \nu_k \underline{u}_k(t) = 0} \tag{1.61}$$

gdzie: $\nu_k = \pm 1$ („+" jeśli zwrot napicia jest zgodny z przyjętym za dodatni kierunkiem obiegu oczka; „-" jeśli jest przeciwny)



$$u_1(t) - u_2(t) + u_3(t) + u_4(t) - u_5(t) = 0$$

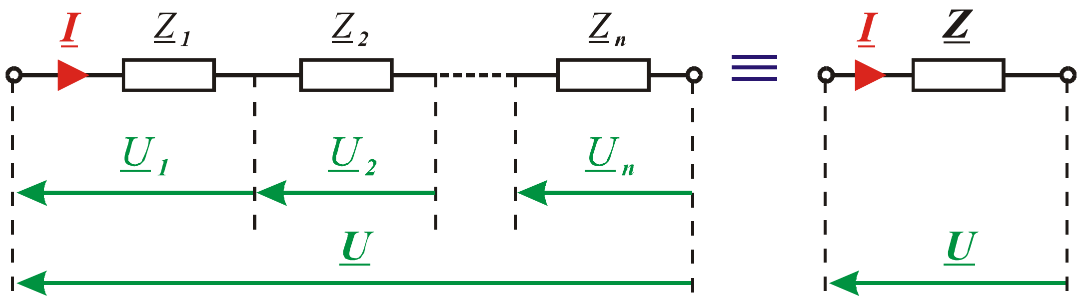
Ilustracja NPK

Jest ono także słuszne dla symbolicznych amplitud (1.62a) oraz symbolicznych wartości skutecznych (1.63b) odpowiednich napięć

$$\sum_{k=1}^{n} \nu_k \underline{U}_{m\,k} = 0 \qquad (1.63a)$$	$$\sum_{k=1}^{n} \nu_k \underline{U}_k = 0 \qquad (1.63b)$$

1.9. POŁĄCZENIA DWÓJNIKÓW

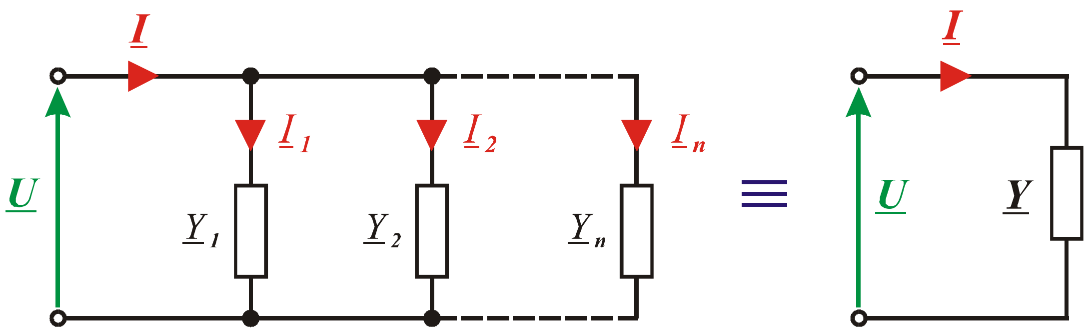
- **Połączenie szeregowe** *n* dwójników



$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \ldots + \underline{U}_n = \underline{Z}_1\,\underline{I} + \underline{Z}_2\,\underline{I} + \ldots + \underline{Z}_n\,\underline{I} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k\,\underline{I} = \underline{Z}\,\underline{I} \qquad (1.64)$$

$$\boxed{\underline{Z} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k} \qquad (1.65)$$

- **Połączenie równoległe** *n* dwójników



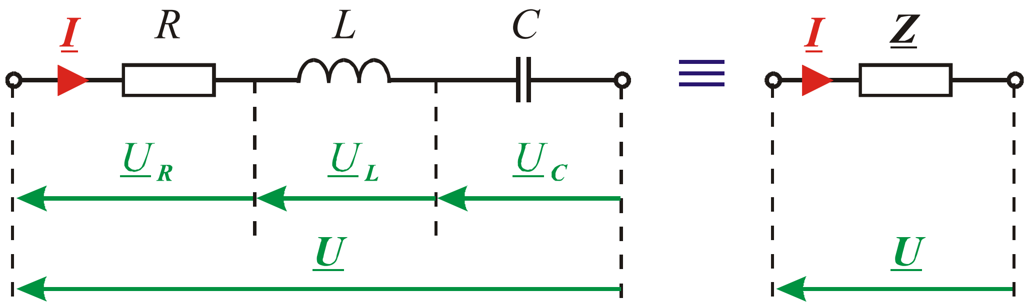
$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \ldots + \underline{I}_n = \underline{Y}_1\,\underline{U} + \underline{Y}_2\,\underline{U} + \ldots + \underline{Y}_n\,\underline{U} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k\,\underline{U} = \underline{Y}\,\underline{U} \qquad (1.67)$$

$$\boxed{\underline{Y} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k \quad \text{lub} \quad \frac{1}{\underline{Z}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_k}} \qquad (1.68)$$

dr inż. Marek Szulim
e-mail: mszulim@wat.edu.pl

1.10. POŁĄCZENIA ELEMENTÓW *R, L, C*

➢ Obwód SZEREGOWY RLC



	Wartość impedancji elementu	Wartość napięcia na elemencie
R	$\underline{Z}_R = R$	$\underline{U}_R = R\,\underline{I}$
L	$\underline{Z}_L = j\omega L = jX_L$	$\underline{U}_L = j\omega L\,\underline{I} = jX_L\,\underline{I}$
C	$\underline{Z}_C = -j\dfrac{1}{\omega C} = -jX_C$	$\underline{U}_C = \dfrac{1}{j\omega C}\underline{I} = -j\dfrac{1}{\omega C}\underline{I} = -jX_C\underline{I}$

Ponieważ

$$\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I} = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\underline{I} = \left[R + j(X_L - X_C)\right]\underline{I} = (R + jX)\underline{I} \qquad (1.69)$$

Zatem:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad (1.70)$$

$$\arg\underline{Z} = \varphi = arctg\left(\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}\right) = arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = arctg\left(\frac{X}{R}\right) \qquad (1.71)$$

dr inż. Marek Szulim
e-mail: mszulim@wat.edu.pl

W zależności od parametrów L i C oraz częstotliwości, reaktancja X we wzorze (1.69) $X = X_L - X_C$ może być:

a) $\boxed{X > 0}$ gdy $X_L > X_C$

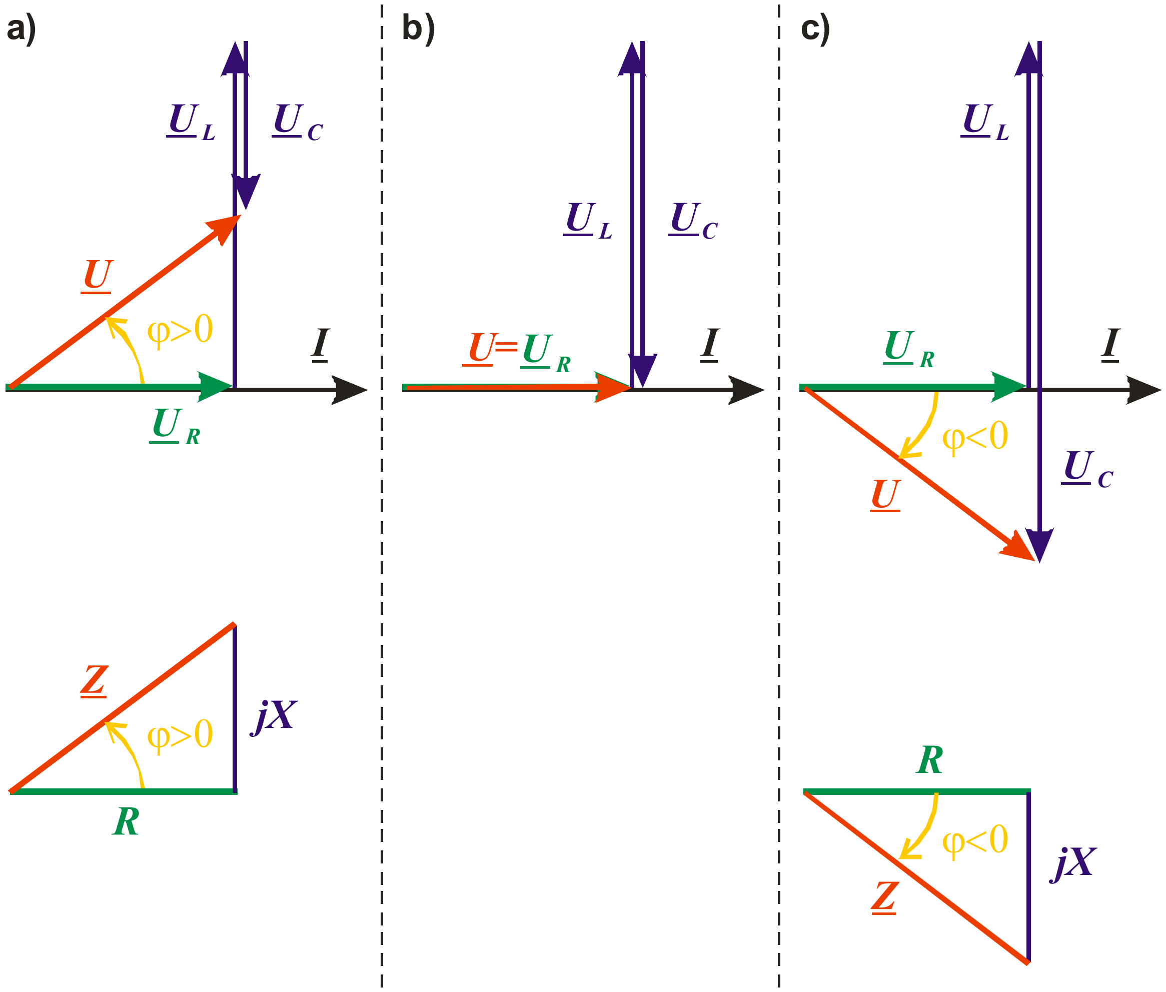
wówczas $\varphi > 0$, napięcie wyprzedza prąd
obwód ma charakter indukcyjny

b) $\boxed{X = 0}$ gdy $X_L = X_C$

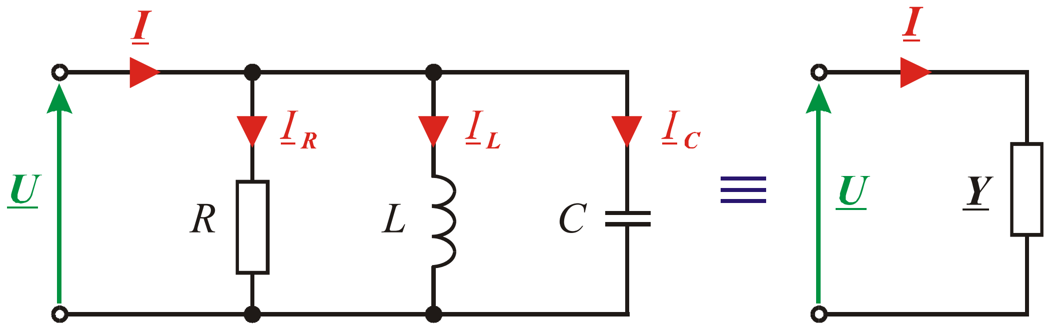
wówczas $\varphi = 0$, napięcie i prąd są w fazie
obwód ma charakter rezystancyjny

c) $\boxed{X < 0}$ gdy $X_L < X_C$

wówczas $\varphi < 0$, napięcie opóźnia się względem prądu
obwód ma charakter pojemnościowy



➢ Obwód RÓWNOLEGŁY RLC



	Wartość admitancji elementu	Wartość prądu w elemencie
R	$\underline{Y}_R = G$	$\underline{I}_R = G\underline{U}$
L	$\underline{Y}_L = -j\dfrac{1}{\omega L} = -jB_L = -j\dfrac{1}{X_L}$	$\underline{I}_L = \dfrac{1}{j\omega L}\underline{U} = -j\dfrac{1}{\omega L}\underline{U} = -jB_L\,\underline{U}$
C	$\underline{Y}_C = j\omega C = jB_C = j\dfrac{1}{X_C}$	$\underline{I}_C = j\omega C\underline{U} = jB_C\,\underline{U}$

Ponieważ

$$\underline{I} = \underline{Y}\,\underline{U} = \left[G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\right]\underline{U} = \left[G + j(B_C - B_L)\right]\underline{U} = (G + jB)\underline{U} \quad (1.70)$$

Zatem:

$$Y = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} = \sqrt{G^2 + B^2} \quad (1.71)$$

$$\arg\underline{Y} = arctg\left(\frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}\right) = arctg\left(\frac{B_C - B_L}{G}\right) = arctg\left(\frac{B}{G}\right) \quad (1.72)$$

dr inż. Marek Szulim
e-mail: mszulim@wat.edu.pl

W zależności od parametrów L i C oraz częstotliwości, susceptancja B we wzorze (1.70) $B = B_C - B_L$ może być:

a) $\boxed{B > 0}$ gdy $B_C > B_L$

wówczas $\varphi < 0$, prąd wyprzedza napięcie

obwód ma charakter pojemnościowy

b) $\boxed{B = 0}$ gdy $B_C = B_L$

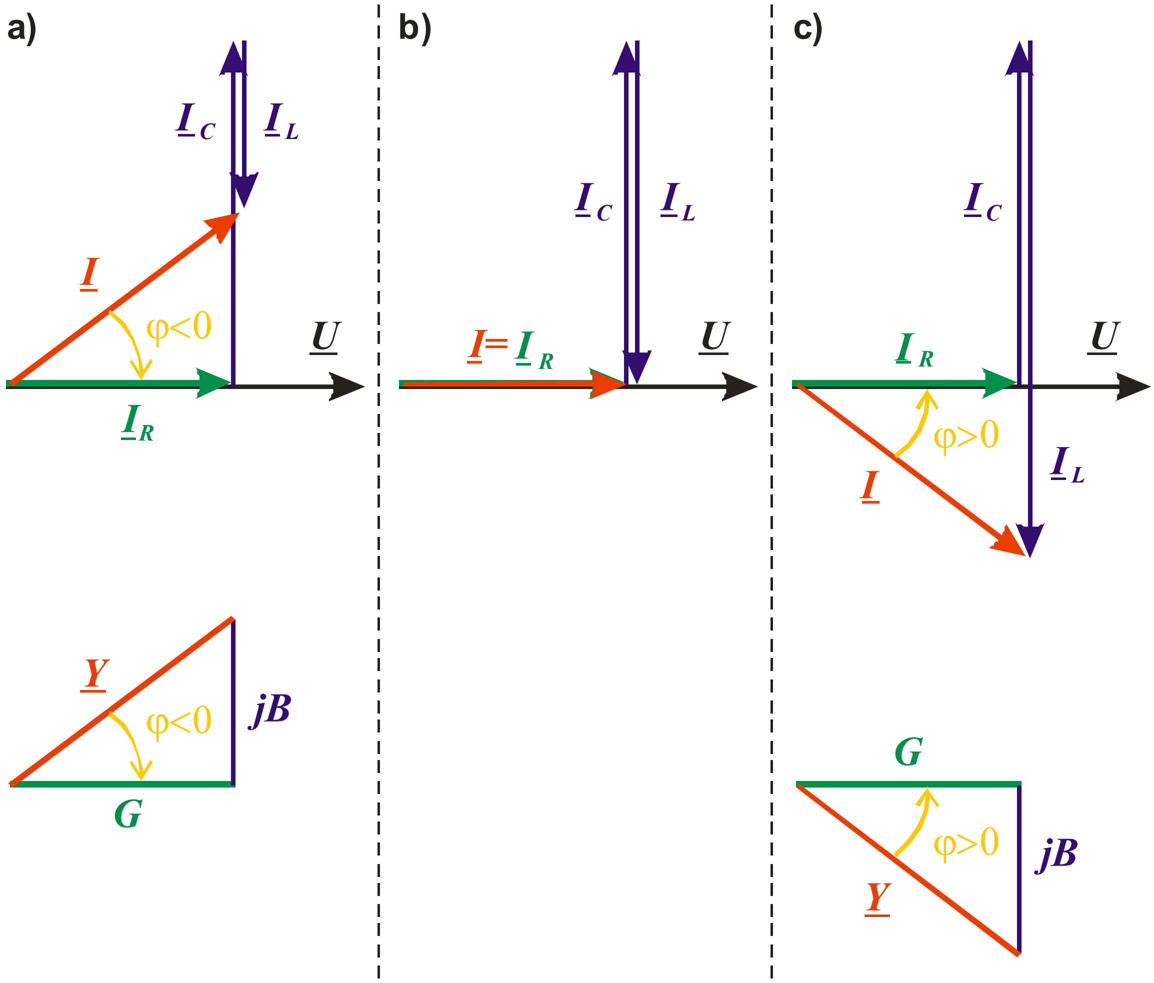
wówczas $\varphi = 0$, prąd i napięcie są w fazie

obwód ma charakter rezystancyjny

c) $\boxed{B < 0}$ gdy $B_C < B_L$

wówczas $\varphi > 0$, prąd opóźnia się względem napięcia

obwód ma charakter indukcyjny



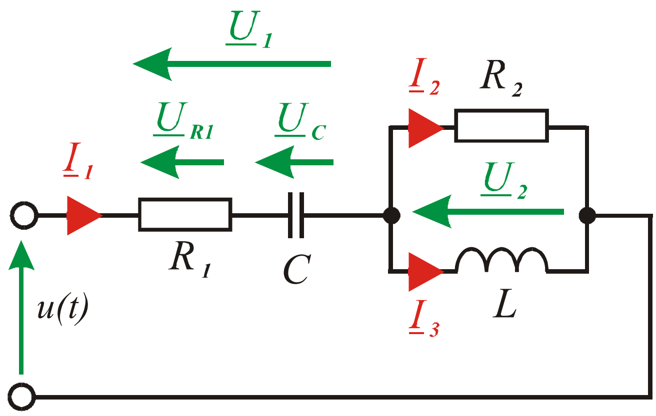
PRZYKŁAD 3

Obliczyć symboliczną wartość skuteczną prądu i napięcia każdego elementu obwodu – sporządzić wykres wskazowy – dane:

$u(t) = 75\sqrt{2}\sin\omega t$

$R_1 = R_2 = X_L = 1\ \Omega$,

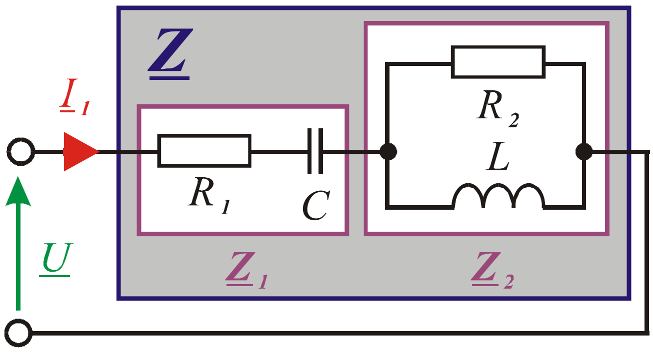
$X_C = 2\ \Omega$.



0) Napięcie na zaciskach obwodu $\underline{U} = 75\,e^{j\,0^o}\,V$

1) Aby obliczyć prąd $\underline{I}_1$

Wyznacza się impedancję obwodu



$$\underline{Z}_1 = R_1 - jX_C = 1 - j2\,[\Omega]$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{R_2\,jX_L}{R_2 + jX_L} = 0{,}5 + j0{,}5\,[\Omega]$$

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 1{,}5 - j1{,}5\,[\Omega]$$

oraz korzysta z prawa Ohma: $\underline{I} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \dfrac{75\,e^{j\,0^o}}{1{,}5 - j1{,}5} = 25 + j25\,[A]$

2) Oblicza się napięcia na

a) rezystorze R_1 : $\underline{U}_{R1} = R_1\,\underline{I}_1 = 25 + j25\,[V]$

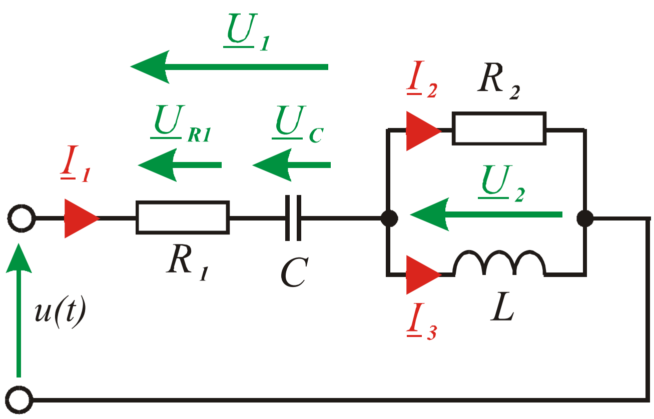
b) kondensatorze: $\underline{U}_C = -jX_C\,\underline{I}_1 = 50 - j50\,[V]$

c) impedancji $\underline{Z}_1$: jako $\underline{U}_1 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_C$

lub $= \underline{Z}_1\,\underline{I}_1 = 75 - j25\,[V]$

3) Oblicza się napięcie na impedancji $\underline{Z}_2$: $\underline{U}_2 = \underline{Z}_2\,\underline{I}_1 = j25\,[V]$

dr inż. Marek Szulim
e-mail: mszulim@wat.edu.pl



4) Oblicza się prądy w

a) rezystorze R_2 : $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{R_2} = j\,25\,[A]$

b) cewce: $\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_2}{jX_L} = 25\,[A]$

5) Wykres wskazowy tworzy się przyjmując następującą kolejność rysowania:

1. $\underline{U}_2$
2. $\underline{I}_2$ (w fazie z $\underline{U}_2$)
3. $\underline{I}_3$ (opóźniony względem $\underline{U}_2$ o 90^o)
4. $\underline{I}_1$ (równy $\underline{I}_2+\underline{I}_3$)
5. $\underline{U}_{R1}$ (w fazie z $\underline{I}_1$)
6. $\underline{U}_C$ (opóźnione względem $\underline{I}_1$ o 90^o)
7. $\underline{U}_1$ (równe $\underline{U}_{R1}+\underline{U}_C$)
8. $\underline{U}$ (równe $\underline{U}_1+\underline{U}_2$)