

## 2. UKŁADY ELEKTRYCZNE ORAZ ZASADY ICH MODELOWANIA SIECIOWEGO I ZACISKOWEGO

### 2.1. UKŁAD I JEGO PROCESY ENERGETYCZNE

**Układem elektrycznym** nazywamy taki układ fizyczny, w którym dominują zjawiska elektryczne bądź magnetyczne lub też oba te zjawiska łącznie.

Tab. 2.1. Rodzaje podstawowych zjawisk występujących w układzie elektrycznym

Zjawisko fizyczne	Opis	Proces energetyczny
<b>GENERACJA</b>	wytwarzanie pola elektrycznego - energii elektr. w układzie fiz. na drodze przemian innych form energii	<b>Wytwarzania energii</b>
<b>AKUMULACJA</b> energii w polu magnetycznym	powstawanie pola magnetycznego wokół przewodników z prądem	<b>Gromadzenia energii</b>
<b>AKUMULACJA</b> energii w polu elektrycznym	gromadzenie ładunków elektrycznych na przewodnikach, pod wpływem pola elektrycznego	
<b>DYSYPACJA</b>	rozpraszanie energii w przewodnikach z prądem (np. zmiana energii prądu elektr. w energię cieplną)	<b>Rozpraszania energii</b>

Badanie dowolnego układu wymaga określenia, która wielkość fizyczna lub ich zespół stanowi przyczynę zjawiska, a która wielkość charakteryzuje zjawiska zaistniałe w wyniku działania określonych przyczyn. W tym celu wprowadza się pojęcia: wymuszenia i odpowiedzi układu.

**Wymuszenie** – wielkość fizyczna stanowiąca zewnętrzną przyczynę zjawisk badanych w danym układzie.

**Odpowiedź** – wielkość fizyczna charakteryzująca zjawisko powstałe w układzie pod wpływem wymuszenia.

*Uwaga:* Na układ może działać jedno lub wiele wymuszeń a badanie układu może dotyczyć jednej lub wielu odpowiedzi.

## 2.2. PARAMETRY PIERWOTNE UKŁADU

**Parametry pierwotne opisują podstawowe zjawiska fizyczne występujące w układzie elektrycznym**

Przez parametry pierwotne (cechy fizyczne) układu elektrycznego rozumiemy zbiór pewnych wielkości fizycznych, które charakteryzują jednorodne właściwości układu objęte klasyfikacją podaną w tab.2.1.

**Parametry pierwotne (cechy fizyczne) są mierzalne.**

### REZYSTANCJA $R$

Jest to wielkość fizyczna charakteryzująca zdolność układu do (jedno-kierunkowej) zamiany energii elektrycznej na energię cieplną (DYSYPACJA - ROZPRASZANIE).

Rezystancję można definiować w oparciu o moc rozpraszaną  $p_R(t)$ :

$$R = \frac{df p_R(t)}{i^2(t)} \quad (2.1)$$

Jednostką rezystancji jest om ( $\Omega$ ).

Często posługujemy się innym parametrem zwanym **konduktancją  $G$** , związaną z rezystancją relacją

$$R G = 1 \quad (2.2)$$

jednostką konduktancji jest simens (S),  $[G] = 1\text{S} = 1\Omega^{-1}$ .

## POJEMNOŚĆ $C$

Jest to wielkość fizyczna określająca zdolność układu do gromadzenia ładunku elektrycznego pod wpływem przyłożonego napięcia - lub inaczej do gromadzenia energii w polu elektrycznym (AKUMULACJA). W środowisku linowym ( $\varepsilon = \text{const.}$ )

$$C = \frac{dq}{u} = \text{const.} \quad (2.3)$$

Jednostką pojemności jest farad (F),  $[C] = 1\text{C}/1\text{V} = 1\text{A}\cdot 1\text{s}/1\text{V} = 1\text{F}$ .

Procesowi gromadzenia ładunku towarzyszy powstawanie i wzrost pola elektrycznego ładunków a zatem i narastanie energii w tym polu. Przyrost energii jest proporcjonalny do przyrostu ładunku:

$$dW_e = u dq \quad (2.4)$$

Zatem, jeśli ładunek narasta (w sposób dowolny) od "0" do wartości "Q" to, energia zakumulowana w polu elektrycznym wyniesie

$$W_e = \int_0^Q u dq = \int_0^Q \frac{1}{C} q dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C u^2$$

$$\left. \begin{aligned} W_e &= \frac{1}{2} C u^2 \\ W_e(t) &= \frac{1}{2} C u^2(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

i jest funkcją nieujemną, gdyż z założenia  $C \geq 0$ .

## INDUKCYJNOŚĆ $L$

Jest to wielkość fizyczna charakteryzująca zdolność układu do wytwarzania pola magnetycznego (gromadzenia energii w polu magnetycznym - AKUMULACJA). W środowisku liniowym ( $\mu = \text{const.}$ )

$$L = \frac{d\psi}{i} = \text{const.} \quad (2.6)$$

Jednostką indukcyjności jest henr (H),  $[L]=1\text{Wb}/1\text{A}=1\text{V}\cdot 1\text{s}/1\text{A}=1\Omega\cdot 1\text{s}=1\text{H}$

Procesowi powstawania pola magnetycznego towarzyszy wzrost energii tego pola, gromadzenie (akumulacja) energii. Przyrost energii jest proporcjonalny do przyrostu strumienia tego pola:

$$dW_m = i d\psi \quad (2.7)$$

Zatem, jeśli strumień narasta od wartości "0" do wartości " $\psi$ " to, energia zakumulowana w polu magnetycznym wyniesie

$$W_m = \int_0^{\psi} i d\psi = \int_0^{\psi} \frac{1}{L} \psi d\psi = \frac{1}{2} \frac{\psi^2}{L} = \frac{1}{2} L i^2$$

$$\left. \begin{aligned} W_m &= \frac{1}{2} L i^2 \\ W_m(t) &= \frac{1}{2} L i^2(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

$i$  jest funkcją nieujemną, ponieważ z założenia  $L \geq 0$ .

## NAPIĘCIE ŹRÓDŁOWE $u_0$

Napięcie źródłowe jest parametrem, występującego w układzie elektrycznym, procesu przemiany innego rodzaju energii (mechanicznej, chemicznej, świetlnej itp.) w energię elektryczną, a zatem jest parametrem opisującym własności generacyjne występujące w układzie. Tę własność niezależną od innych uwarunkowań układu opisuje zależność

$$\hat{u}_i = u_0 \quad (2.9)$$

Jednostką napięcia źródłowego jest wolt (V).

## PRĄD ŹRÓDŁOWY $i_Z$

Własności generacyjne układu elektrycznego mogą być również charakteryzowane parametrem nazywanym natężeniem prądu źródłowego lub krótko - prądem źródłowym.

Wartość parametru zwanego prądem źródłowym jest niezależna od stanu pracy układu elektrycznego, co zapiszemy w postaci

$$\hat{i}_u = i_Z \quad (2.10)$$

Jednostką prądu źródłowego jest amper (A).

## 2.3. OBWÓD ELEKTRYCZNY

**OBWÓD ELEKTRYCZNY** jest modelem układu elektrycznego, w którym to modelu przy odpowiednim doborze elementów i sposobu ich wzajemnego oddziaływania (połączeń) zachodzą procesy zbliżone do rzeczywistych.

### MODELE KLASY SLS

**Skupiony** – napięcia i prądy nie są funkcją zmiennej położenia, a jedynie funkcją czasu.

**Liniowy** – obwód spełniający warunki

- **jednorodności** (proporcjonalności)

$$x(t) \rightarrow r(t) \Rightarrow Ax(t) \rightarrow Ar(t)$$

*Jeżeli  $r(t)$  jest odpowiedzią na dowolne wymuszenie  $x(t)$ , to obwód jest jednorodny, wtedy gdy  $Ar(t)$  jest odpowiedzią na wymuszenie  $Ax(t)$*

- **addytywności**

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow r_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow r_2(t) \end{array} \right\} \Rightarrow (x_1(t) + x_2(t)) \rightarrow (r_1(t) + r_2(t))$$

*Jeżeli  $r_1(t)$  jest odpowiedzią na dowolne wymuszenie  $x_1(t)$ , a  $r_2(t)$  jest odpowiedzią na dowolne wymuszenie  $x_2(t)$ , to obwód jest addytywny, wtedy gdy  $r_1(t) + r_2(t)$  jest odpowiedzią na wymuszenie  $x_1(t) + x_2(t)$ .*

- obwód spełniający **zasadę superpozycji**

**Odpowiedź obwodu na jednoczesne działanie kilku wymuszeń jest równa sumie odpowiedzi na każde z wymuszenie działające osobno**

**Stacjonarny** – obwód, składający się z elementów, których właściwości (opór, pojemność, indukcyjność) nie zmieniają się w czasie.

Uwaga:

## Obwód elektryczny jest uporządkowanym zbiorem elementów

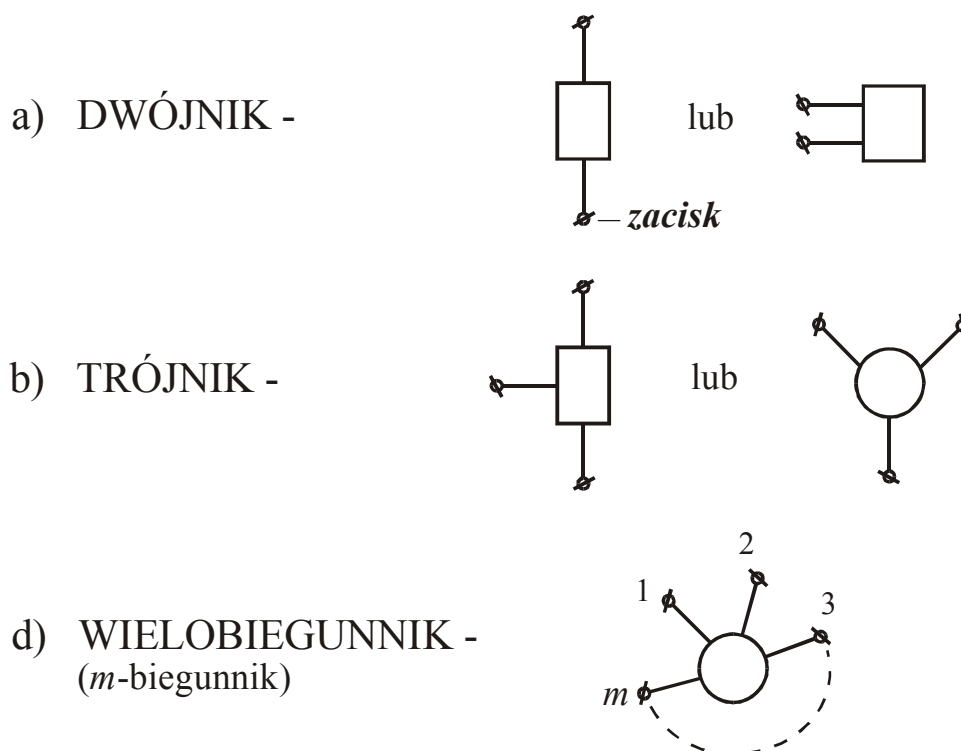
**ELEMENT OBWODU** to część obwodu niepodzielna pod względem funkcjonalnym bez utraty swych charakterystycznych własności.

**ELEMENT IDEALNY** jest to element obwodu, w którym zachodzi tylko jeden z dopuszczalnych procesów energetycznych.

Element ma wyróżnione zaciski, tj. punkty. Każdy z elementów komunikuje się (łączy się) z innymi elementami obwodu (otoczeniem) WYŁĄCZNIE za pośrednictwem zacisków (biegunów, końcówek przewodów) - z wyjątkiem źródeł sterowanych.

## ZACISKOWA KLASYFIKACJA ELEMENTÓW

Klasyfikację elementów obwodu elektrycznego możemy prowadzić przyjmując różne kryteria. Jednym z podstawowych jest kryterium LICZBY POŁĄCZEŃ elementu z otoczeniem - rys.2.1.

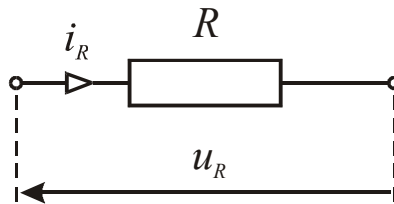


Rys.2.1

## 2.4. ELEMENTY IDEALNE OBWODU ELEKTRYCZNEGO

### IDEALNY REZYSTOR

Idealny rezystor (rys.2.2) jest elementem o dwóch zaciskach, w którym zachodzi jedynie proces dysypacji energii elektrycznej. Oznacza to, że jest charakteryzowany tylko jednym parametrem pierwotnym - rezystancją  $R$ .



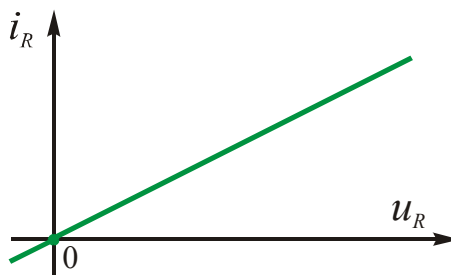
Rys.2.2. Idealny rezystor

**UWAGA:** zakładamy, że rezystancja nie zależy od wartości i kierunku prądu

Przyjęte założenie oznacza, że między prądem i napięciem (**parą wielkości zaciskowych**) idealnego rezystora występuje proporcjonalność wyrażona **prawem Ohma**

$$u_R = R i_R \quad \text{lub} \quad i_R = \frac{1}{R} u_R = G u_R \quad (2.11)$$

Graficzny opis związku (2.11) nazywa się charakterystyką prądowo-napięciową idealnego rezystora liniowego (rys.2.3).

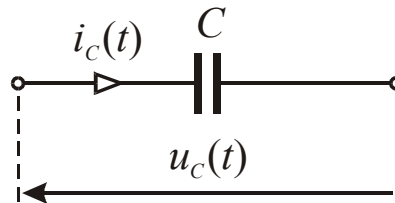


Rys.2.3. Charakterystyka prądowo-napięciowa idealnego rezystora



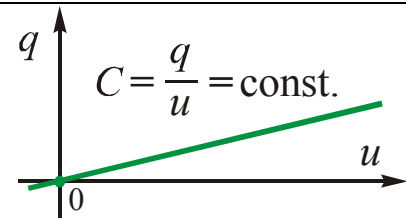
## IDEALNY KONDENSATOR

Idealny kondensator (rys.2.4) jest dwójnikiem, w którym zachodzi jedynie proces akumulacji energii w polu elektrycznym. Charakteryzowany jest zatem tylko jednym parametrem pierwotnym - pojemnością  $C$ .



Rys.2.4. Idealny kondensator

**UWAGA:** wcześniej założyliśmy, że związek między ładunkiem a napięciem jest liniowy (wzór 2.3).



Uwzględniając ww. założenie, można przedstawić ładunek na okładkach kondensatora  $q$  następująco

$$q(t) = C u_C(t) \quad (2.12)$$

Przekształcając, otrzymuje się

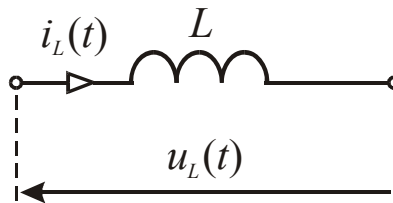
$$i_C(t) = \frac{d}{dt} [C u_C(t)] = C \frac{du_C(t)}{dt} \quad (2.13)$$

stąd

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(\tau) d\tau \quad (2.14)$$

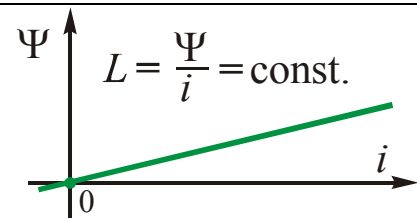
## IDEALNA CEWKA INDUKCYJNA

Idealny cewka (rys.2.5) jest dwójnikiem, w którym zachodzi jedynie proces akumulacji energii w polu magnetycznym. Oznacza to, że opisuje ją tylko jeden parametr pierwotny - indukcyjność  $L$ .



Rys.2.5. Idealna cewka indukcyjna

**UWAGA:** wcześniej założyliśmy, że związek między strumieniem magnetycznym skojarzonym a prądem jest liniowy (wzór 2.6).



Uwzględniając ww. założenie, można przedstawić strumień magnetyczny skojarzony  $\Psi$  następująco

$$\Psi(t) = L i_L(t) \quad (2.15)$$

Przekształcając i uwzględniając, że napięcie na zaciskach cewki

$$u_L(t) = \frac{d\Psi}{dt} \quad (2.16)$$

otrzymuje się

$$u_L(t) = \frac{d}{dt} [L i_L(t)] = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (2.17)$$

stąd

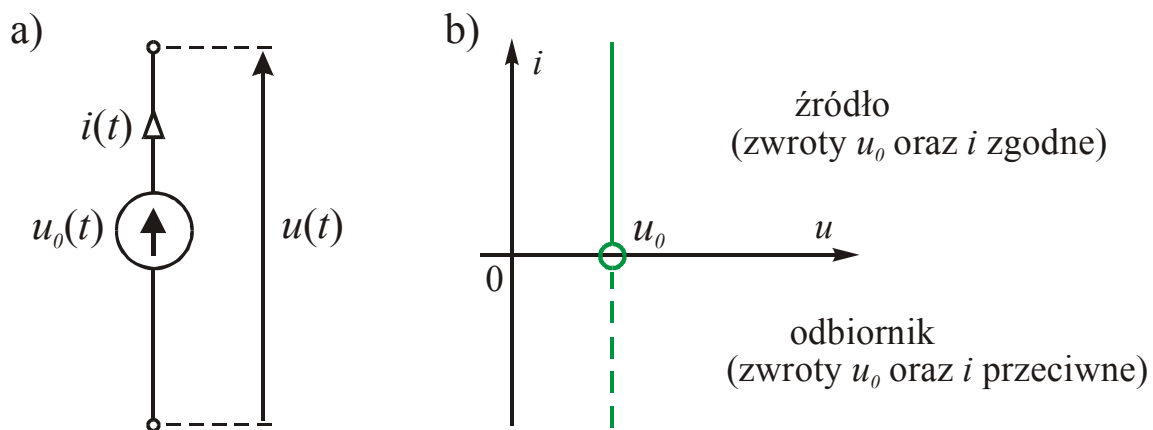
$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L(\tau) d\tau \quad (2.18)$$

## IDEALNE ŹRÓDŁA NIEZALEŻNE:

### ➤ IDEALNE ŹRÓDŁO NAPIĘCIA

Element o dwóch końcówkach (zaciskach), w którym zachodzi wyłącznie generacja energii uzewnętrzniająca się pod postacią napięcia źródłowego  $u_0$  (występującego pomiędzy zaciskami elementu), niezależnego od obciążenia (prądu w układzie), nazywamy IDEALNYM ŹRÓDŁEM NAPIĘCIA (rys.2.6).

$$\hat{u}_i(t) = u_0(t) \quad (2.19)$$



Rys.2.6. a) symbol graficzny idealnego źródła napięciowego, b) charakterystyka prądowo-napięciowa.

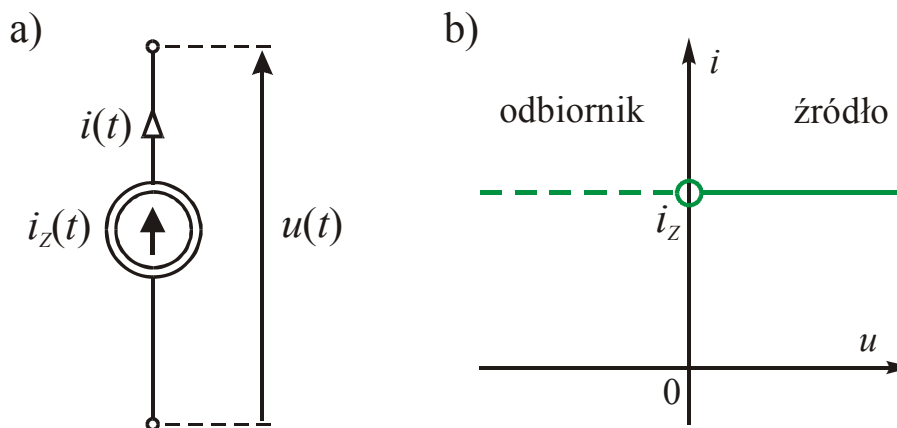
### **UWAGI:**

- Wyklucza się przypadek zwarcia zacisków.
- Prąd płynący przez źródło zależy od dołączonego do jego zacisków obciążenia.
- Przez pracę odbiornikową źródła rozumiemy w sensie formalnym jedynie niezgodność zwrotów  $u_0$  oraz  $i$ .

## ➤ IDEALNE ŹRÓDŁO PRĄDU

Element o dwóch końcówkach (zaciskach), w którym zachodzi wyłącznie generacja energii uzewnętrzniająca się pod postacią prądu źródłowego  $i_Z$  niezależnego od obciążenia (napięcia na zaciskach), nazywamy IDEALNYM ŹRÓDŁEM PRĄDU (rys.2.7).

$$\hat{u} i(t) = i_Z(t) \quad (2.20)$$



Rys.2.7. a) symbol graficzny idealnego źródła prądu,  
b) charakterystyka prądowo-napięciowa.

### UWAGI:

- Wyklucza się przypadek rozwarcia zacisków.
- Napięcie jakie występuje na zaciskach idealnego źródła prądu jest złożoną funkcją tegoż prądu  $i_Z$  oraz stanu układu elektrycznego dołączonego do zacisków źródła

## IDEALNE ŹRÓDŁA STEROWANE

Idealne źródła sterowane charakteryzują się tym, że ich parametr tj. napięcie źródłowe  $u_0$  bądź prąd źródłowy  $i_z$  jest funkcją napięcia lub prądu związanego z inną parą zacisków obwodu.

Zatem istnienie takich źródeł o niezerowym parametrze nie jest wynikiem przetwarzania w jego strukturze innej formy energii na energię elektryczną, a jedynie konsekwencją niezerowych napięć bądź prądów w innej części obwodu, które nazywamy **wielkościami sterującymi**.

Nie są to zatem źródła w dokładnym sensie tego słowa generacyjne lecz pseudogeneracyjne i dlatego nazywamy je źródłami **nieautonomicznymi**.

Skoro parametr ( $u_0$  bądź  $i_z$ ) takiego źródła jako elementu dwuzaciskowego zależy od wielkości elektrycznej ( $u$  bądź  $i$ ) innej pary zacisków, to model obwodowy takiego źródła sterowanego powinien zawierać cztery zaciski (tab.2.2).

Tab. 2.2. Typy źródeł sterowanych

Nazwa źródła	Symbol graficzny i równania
<b>ŹRÓDŁO NAPIĘCIOWE STEROWANE NAPIĘCIEM (NSN)</b>	$u_0 = k u_1$
<b>ŹRÓDŁO NAPIĘCIOWE STEROWANE PRĄDEM (NSP)</b>	$u_0 = r i_1$
<b>ŹRÓDŁO PRĄDOWE STEROWANE PRĄDEM (PSP)</b>	$i_z = a i_1$
<b>ŹRÓDŁO PRĄDOWE STEROWANE NAPIĘCIEM (PSN)</b>	$i_z = g u_1$

## 2.5. ENERGETYCZNA KLASYFIKACJA ELEMENTÓW

Ze względu na zjawiska dotyczące przemian energetycznych w układach elektrycznych wyodrębniliśmy uprzednio procesy akumulacji, dysypacji i generacji.

Z uwagi na kierunek przepływu energii na drodze "otoczenie-element" (mając na uwadze wynik globalny tego przepływu) możemy ograniczyć się do dwóch podstawowych grup:

zjawiska **pobierania energii**  
(procesy akumulacji i dysypacji)  
z układu

zjawiska **oddawania energii**  
(proces generacji)  
do układu

Elementy zaliczane do danej grupy nazywamy odpowiednio:

**PASYWNYMI (P)**  
- *BIERNYMI - NIEGENERUJĄCYMI*

**AKTYWNYMI (A)**  
- *CZYNNYMI - SAMOGENERUJĄCYMI*

Ogólnym (uniwersalnym) kryterium oceny pasywności elementu, jest kryterium całkowitej energii dostarczonej sformułowane następująco:

element jest pasywny "P" jeśli dla każdego dopuszczalnego stanu zaciskowego, energia doprowadzona do niego w przedziale czasu  $(-\infty ; t]$  jest nieujemna

$$W = \int_{-\infty}^t u(\tau) \cdot i(\tau) d\tau \geq 0 \Rightarrow P$$

*Element pasywny może pobierać energię z otoczenia, gromadzić ją i oddawać do otoczenia. Energia oddana do otoczenia przez element pasywny nie może być jednak większa od energii poprzednio pobranej*

element jest aktywny "A" jeśli istnieje taki dopuszczalny stan zaciskowy, że energia doprowadzona do niego w przedziale czasu  $(-\infty ; t]$  jest ujemna

$$W = \int_{-\infty}^t u(\tau) \cdot i(\tau) d\tau < 0 \Rightarrow A$$

*Element aktywny może oddać do otoczenia więcej energii niż z niego pobrał.*

## 2.6. MODELOWANIE UKŁADÓW

### MODELOWANIE SIECIOWE

Pod pojęciem sieci rozumie się obwód elektryczny o znanej konfiguracji, tzn. o znanych elementach oraz o znanej strukturze połączeń tych elementów.

**Równania układu rozpatrywanego jako sieć uwzględniają równania wszystkich elementów oraz równania połączeń wynikające z podstawowych praw teorii obwodów. Nazywamy je równaniami sieciowymi lub mówimy, że tworzą one model sieciowy układu.**

**UWAGA:** Rozwiązanie równań sieciowych polega na wyznaczeniu prądów lub napięć (lub prądów i napięć) w elementach tworzących sieć. Model sieciowy jest zatem modelem kompletnym uwzględniającym właściwości wszystkich elementów układu.

### MODELOWANIE ZACISKOWE

Modelowanie zaciskowe polega na tym, że:

- w układzie wyróżnia się pewną liczbę zacisków, za pomocą których rozpatrywany układ może być połączony z otoczeniem (tj. innymi układami);
- wprowadza się pojęcie *stanu zaciskowego* układu, tj. zbioru prądów i napięć związanych z wyróżnionymi zaciskami układu;
- układ rozpatruje się względem jego zacisków i jego stanu zaciskowego, tzn. opisuje się go równaniami wiążącymi ze sobą prądy i napięcia zaciskowe (tzw. *równania zaciskowe*).

**W modelowaniu zaciskowym układ może być rozpatrywany jako „CZARNA SKRZYŃKA”, której wnętrze nie jest znane lub, z jakichkolwiek względów nie jest dla nas interesujące. Zachowanie się układu jest opisywane i badane względem jego zacisków.**

**UWAGA:** Jeśli znana jest struktura wewnętrzna układu, to jego równania zaciskowe można otrzymać z równań sieciowych przez eliminację prądów i napięć „wewnętrznych”, tzn. doprowadzając je do postaci, w której występują tylko prądy i napięcia zaciskowe.