

5. OBWODY NIELINIOWE

5.1. WPROWADZENIE

Definicja 1.

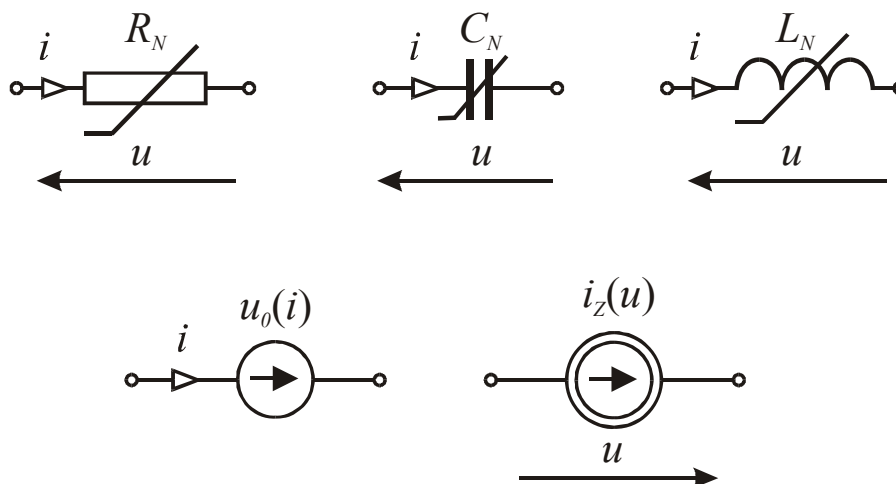
Obwodem elektrycznym nieliniowym nazywamy taki obwód, w którym występuje co najmniej jeden element nieliniowy bądź więcej elementów nieliniowych wzajemnie się nierównoważących.

Definicja 2.

Element obwodu elektrycznego nazywamy nieliniowym jeśli jego charakterystyka $y=f(x)$ lub $x=\varphi(y)$ jest nieliniowa, tzn. nie można jej opisać analitycznie za pomocą równania prostej ($y=ax+b$).

Element nieliniowy, niezależnie od tego czy jest to element pasywny czy też aktywny, opisujemy przez podanie zbioru ciągłego (wykres) lub dyskretnego (tabela) zmiennych niezależnych i wartości funkcji.

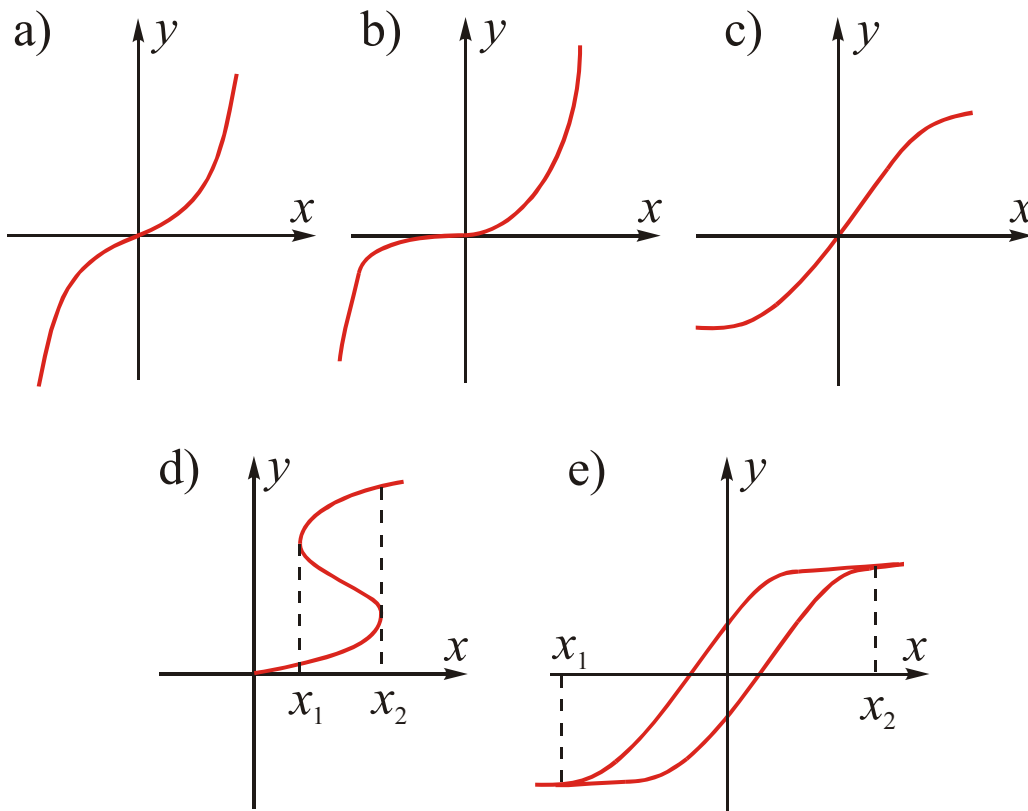
Elementy nieliniowe w modelach obwodowych oznaczamy przy pomocy symboli graficznych i opisu parametru nieliniowego.



Rys.5.1. Symbole graficzne elementów nieliniowych.

Klasyfikację elementów nieliniowych można przeprowadzić w oparciu o różne kryteria. W zależności od przebiegu charakterystyki $y=f(x)$ różniamy elementy nieliniowe:

- symetryczne $f(x)=-f(-x)$, rys.5.2a),
- niesymetryczne $f(x)\neq-f(-x)$, rys.5.2b),
- jednoznaczne-każdej wartości $x\in X$ odpowiada jedna i tylko jedna wartość y , rys.5.2c),
- wieloznaczne-istnieją takie przedziały zmiennej niezależnej $x\in(x_1,x_2)$, że wewnątrz tych przedziałów $y=f(x)$ może przyjmować więcej niż jedną wartość, rys.5.2d) i e).



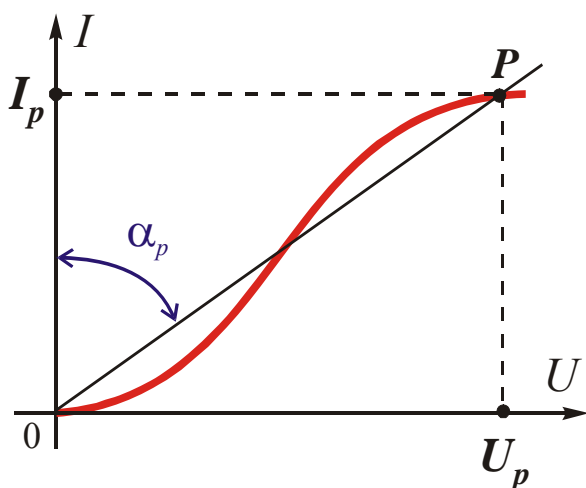
Rys.5.2. Przykładowe przebiegi charakterystyk elementu nieliniowego.

5.2. PARAMETRY STATYCZNE I DYNAMICZNE

Ograniczymy nasze rozważania do nieliniowych rezystancji. Jeśli rezystor liniowy określony jest jednoznacznie przez podanie jego rezystancji R bądź konduktancji G , to element nieliniowy określa jego charakterystyka prądowo-napięciowa ($i=\varphi(u)$).

Jeśli do zacisków rezystora nieliniowego przyłożymy określone napięcie u_P , to posługując się jego charakterystyką wyznaczymy wartość prądu w nim płynącego i_P . Punkt na charakterystyce wyznaczony wartością u_P nazywamy wówczas **punktem pracy** rezystora (P).

Rozpatrzmy rezystor nieliniowy dany jego charakterystyką prądowo-napięciową, jak na rys.5.3.



Rys.5.3.

Definicja

Rezystancja statyczna R_{st}

elementu nieliniowego, w danym punkcie pracy P , określona jest stosunkiem napięcia na zaciskach tego elementu (U_P) do prądu w tym elemencie (I_P):

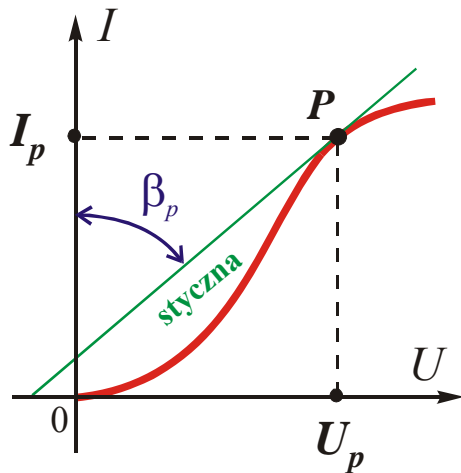
$$R_{st} = \frac{U_P}{I_P} \quad (5.1)$$

możemy także zapisać

$$R_{st} = \operatorname{tg} \alpha_p \quad (5.2)$$

Rezystancja statyczna R_{st} posiada swą interpretację geometryczną - jest proporcjonalna do tangensa kąta: zawartego pomiędzy prostą łączącą początek układu współrzędnych z danym punktem pracy rezystora nieliniowego a osią prądu. W ogólnym przypadku kąt α może przyjmować wartości z przedziału $[0^\circ, 90^\circ]$. Zatem tak zdefiniowana rezystancja statyczna może przyjmować wartości nieujemne

$$R_{st} \in [0, \infty) \quad ; \quad R_{st} \in \mathbb{R}^+ \quad (5.3)$$



Rys.5.4.

Definicja**Rezystancja dynamiczna R_d**

elementu nieliniowego określona jest granicą stosunku przyrostu napięcia ΔU , do przyrostu prądu ΔI , gdy przyrost prądu dąży nieograniczenie do zera

$$R_d = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} \quad (5.4)$$

a dla danego punktu pracy P

$$R_{dP} = \operatorname{tg} \beta_P \quad (5.5)$$

Wyrażenie (5.5) ma prostą interpretację geometryczną, rys.5.4. Rezystancja dynamiczna w danym punkcie pracy P jest proporcjonalna do współczynnika kierunkowego stycznej do charakterystyki w tym punkcie.

W ogólnym przypadku kąt β może zmieniać się w granicach od 0° do 180° zatem R_d może przyjmować wartości zarówno dodatnie jak i ujemne:

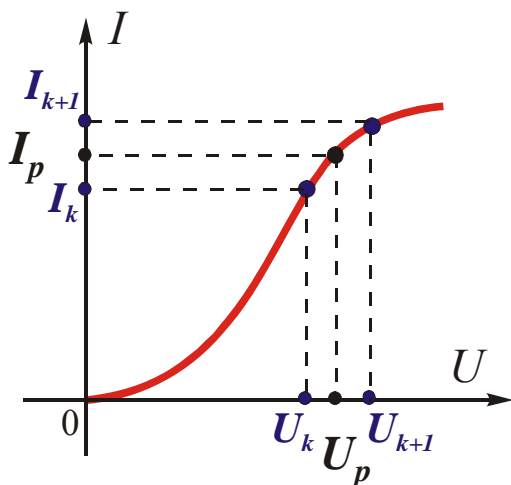
$$R_d \in (-\infty, +\infty) \quad ; \quad R_d \in \mathbb{R} \quad (5.6)$$

UWAGA:

Rezystancję dynamiczną w danym punkcie pracy P możemy również wyznaczyć w sposób przybliżony

$$R_{dP} \cong \frac{\Delta U}{\Delta I} \Big|_{I=I_P} = \frac{U_{k+1} - U_k}{I_{k+1} - I_k} \Big|_{I=I_P} \quad (5.7)$$

gdzie: $I_P = \frac{I_{k+1} + I_k}{2}$



5.3. PODSTAWOWE PRAWA W OBWODACH NIELINIOWYCH

OBOWIĄZUJE:

- I prawo Kirchhoffa (PPK)
- II prawo Kirchhoffa (NPK)
- Zasada kompensacji
- *Twierdzenie Thevenina*
- *Twierdzenie Nortona*

NIE OBOWIĄZUJE:

- Prawo Ohma
- Zasada superpozycji
- Zasada wzajemności

5.4. METODY ANALIZY OBWODÓW NIELINIOWYCH

Dysponując charakterystykami elementów nieliniowych występujących w obwodzie, można dokonać analizy tego obwodu na drodze transfiguracji i ewentualnie retransfiguracji wykreślnej (graficznej). Metody graficzne transfiguracji obwodu nieliniowego przeprowadza się w oparciu o prawa Kirchhoffa.

METODA CHARAKTERYSTYKI ŁĄCZNEJ

• Dla elementów połączonych szeregowo

Rozważamy połączenie szeregowe n rezystorów o charakterystykach określonych równaniami :

$$R_{N1} : U_1 = f_{R_{N1}}(I), \quad R_{N2} : U_2 = f_{R_{N2}}(I), \quad \dots, \quad R_{Nn} : U_n = f_{R_{Nn}}(I) \quad (5.8)$$

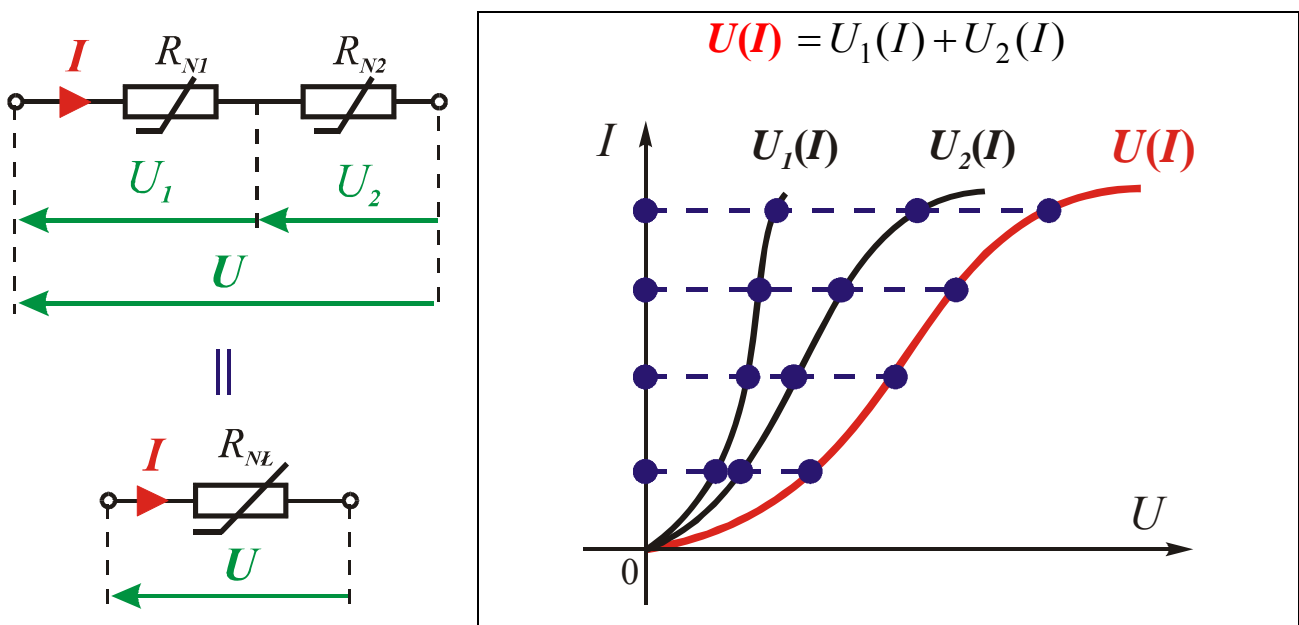
W wyniku połączenia szeregowego otrzymujemy:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \sum_{k=1}^n f_{R_{Nk}}(I) \quad (5.9)$$

Równanie to określa charakterystykę nowego elementu

$$R_{NL} : U = f_{R_{NL}}(I) \quad \text{gdzie:} \quad f_{R_{NL}}(I) = \sum_{k=1}^n f_{R_{Nk}}(I) \quad (5.10)$$

PRZYKŁAD



UWAGA: Jeśli napięcie w elemencie zastępczym obwodu szeregowego wynosi U_X , to po uzyskaniu charakterystyki łącznej R_{NL} można znaleźć na niej punkt pracy P a następnie prąd w obwodzie I_X oraz napięcia na elementach obwodu.

• Dla elementów połączonych równolegle

Rozważamy połączenie równoległe n rezystorów o charakterystykach określonych równaniami :

$$R_{N1} : I_1 = \varphi_{R_{N1}}(U), \quad R_{N2} : I_2 = \varphi_{R_{N2}}(U), \quad \dots, \quad R_{Nn} : I_n = \varphi_{R_{Nn}}(U) \quad (5.11)$$

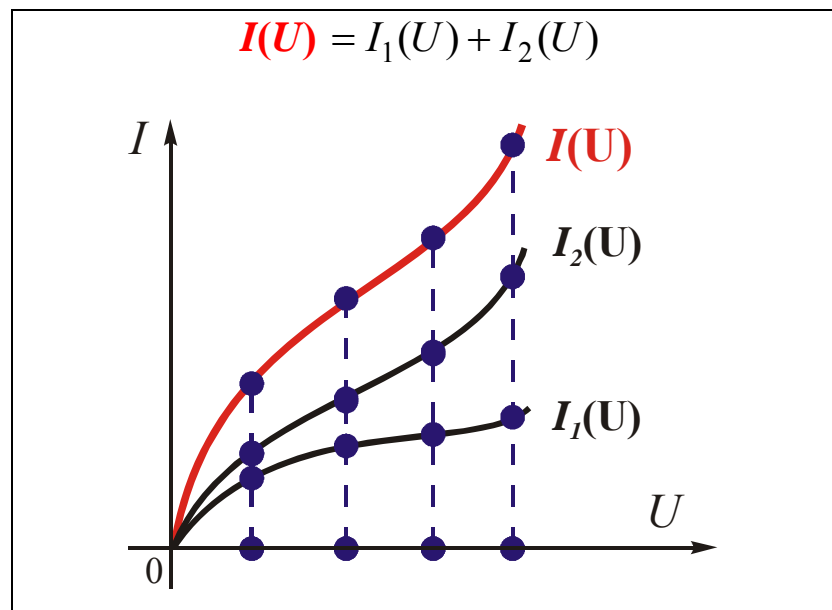
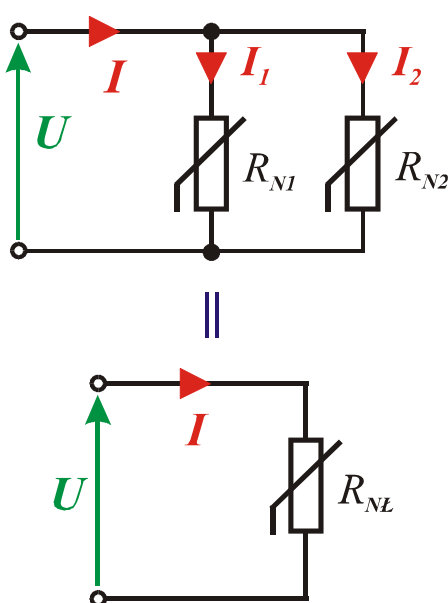
W wyniku połączenia szeregowego otrzymujemy:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \sum_{k=1}^n \varphi_{R_{Nk}}(U) \quad (5.12)$$

Równanie to określa charakterystykę nowego elementu

$$R_{NL} : I = \varphi_{R_{NL}}(U) \quad \text{gdzie:} \quad \varphi_{R_{NL}}(U) = \sum_{k=1}^n \varphi_{R_{Nk}}(U) \quad (5.13)$$

PRZYKŁAD



UWAGA: Jeśli prąd w elemencie zastępczym obwodu równoległego wynosi I_X , to po uzyskaniu charakterystyki łącznej R_{NL} to wyznacza się na niej punkt pracy P a następnie napięcie zasilające U_X oraz prądy w gałęziach obwodu.

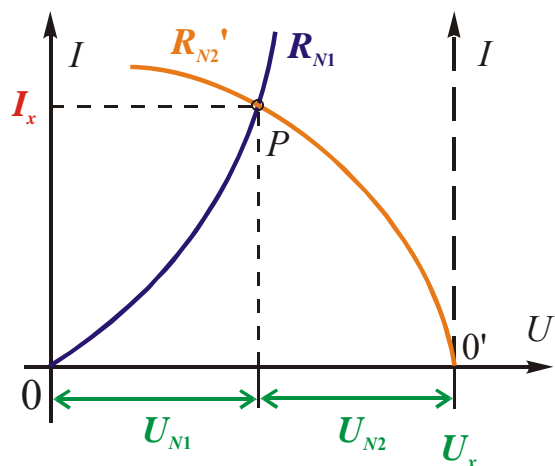
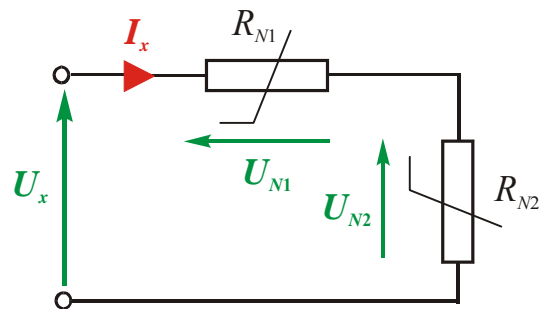
METODA PRZECIĘCIA CHARAKTERYSTYK

• Dla elementów połączonych szeregowo

Jeśli napięcie zasilające jest stałe i jego ustalona wartość nie ulega zmianie, to w celu określenia prądu I_x (punktu pracy na charakterystyce łącznej) nie trzeba wyznaczać charakterystyki łącznej. Stosować można wówczas **metodę przecięcia charakterystyk** tzw. "lustrzanego odbicia".

Tok postępowania:

1. wykreślamy charakterystykę elementu, np. R_{N1} ,
2. na osi U odmierzamy daną wartość U_x napięcia na zaciskach układu,
3. dla elementu R_{N2} przyjmujemy układ współrzędnych o początku w punkcie $0'$ (odległym od punktu 0 o U_x) i osi U mającej zwrot przeciwny niż dla elementu R_{N1} ,
4. w nowym układzie współrzędnych wykreślamy charakterystykę R_{N2} ,
5. punkt pracy obwodu P jest punktem przecięcia charakterystyk a jego odcięta dzieli U_x na U_{N1} i U_{N2} .



• Dla elementów połączonych równolegle

Jeśli znany jest prąd zasilający obwód I_X i wiadomym jest, że nie ulegnie on zmianie lub inaczej, tylko dla tej wartości prądu chcemy określić napięcia i prądy w gałęziach, to możemy posłużyć się metodą "lustrzanego odbicia".

Tok postępowania:

1. wykreślamy charakterystykę elementu, np. R_{N1} ,
2. na osi I odmierzamy daną wartość I_X ,
3. dla elementu R_{N2} przyjmujemy układ współrzędnych o początku w punkcie $0'$ (odległym od punktu 0 o I_X) i osi prądu I mającej zwrot przeciwny niż dla elementu R_{N1} ,
4. w nowym układzie współrzędnych wykreślamy charakterystykę R_{N2} ,
5. punkt pracy obwodu P jest punktem przecięcia charakterystyk a jego rzędna dzieli I_X na I_{N1} i I_{N2} .

