

ANALIZA UGIĘĆ PROTEZY ZĘBOWEJ¹

Marek Kuchta¹, Wojciech Michalski², Augustyn Chwalebna³,

¹Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Elektroniki, Warszawa.

²Instytut Stomatologii Akademii Medycznej w Warszawie,

³Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki, Warszawa,

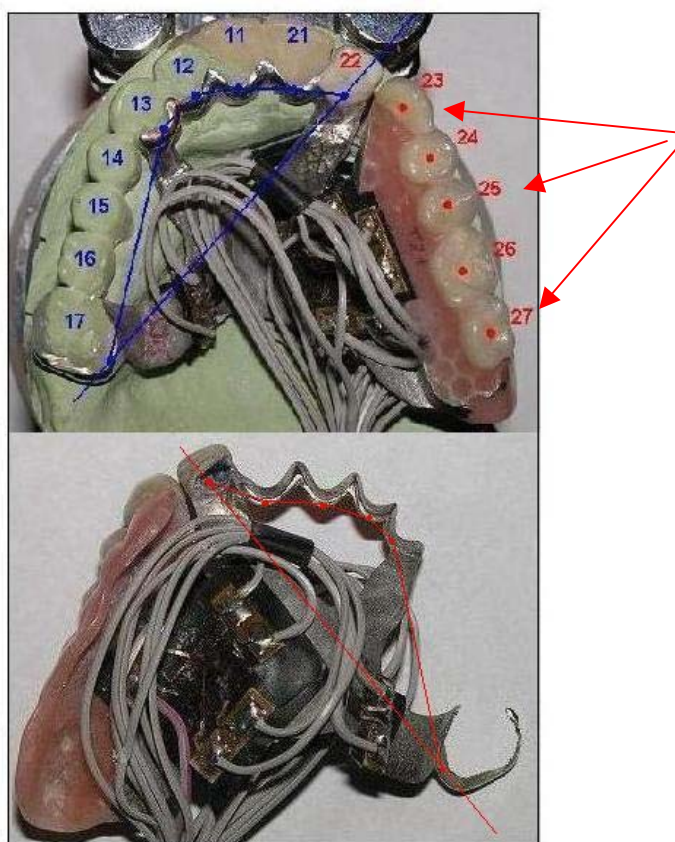
Połączenie metody obliczeniowej i systemu pomiarowego, wspomaganego komputerowo, stwarza warunki dla zastosowania techniki hybrydowej w odwzorowaniu ruchu części skrzydłowej protezy zębowej i jej oddziaływania na tkanki wspierające podczas czynności żucia.

W pracy przedstawiono analizę porównawczą zachowań doświadczalnej protezy klinicznej i odpowiadającego jej modelu numerycznego.

MODEL MATEMATYCZNY PROTEZY ZĘBOWEJ

Kliniczna konstrukcja szkieletowej protezy zębowej z zastosowaniem rozdzielenia kinematyki siodła, uwarunkowana była zróżnicowaniem deformacji dostosowawczej – wydolności biomechanicznej tkanek miękkich i kości przy kierunkach anizotropii podłoża protetycznego. Takie sformułowanie problemu podał między innymi *Korioth* w [6]

Analizę doświadczalną protezy oparto głównie na ocenie wartości przesunięć liniowych siodła protezy pod wpływem symulowanych sił zgryzu przykładanych statycznie (rys. 1)



¹ Wykonano w ramach projektu nr: Grant 3T10C03326

Rys.1. Doświadczalna proteza zębowa z wyróżnionymi punktami przykładowych obciążeń

Weryfikację numeryczną przeprowadzono posiłkując się Metodą Elementów Skończonych (MES). Numeryczny model matematyczny miał na celu odwzorowanie zachowania mechanicznego protezy zębowej o złożonej geometrii. Za punkt wyjścia przyjęto model trójwymiarowego obiektu powierzchniowego, (zwanego dalej powłoką), w którym grubość jest wyraźnie mniejsza od pozostałych wymiarów. Uściślając powyższe założenie, przekładamy dla tego przypadku (obiekt zakrzywiony) relację grubości h i minimalnego promienia R w postaci:

$$\frac{h}{R_{\min}} < \frac{1}{20} \div \frac{1}{30} \quad (1)$$

W ten sposób precyzujemy bliżej obiekt powierzchniowy w postaci cienkiej, metalowej powłoki o własnościach mechanicznych uwarunkowanych jakością metalowego odlewu szkieletu protezy zębowej. Zaproponowany tutaj sposób ujęcia zagadnienia opisany został szczegółowo w pracach [2],[3],[4].

Jako podstawowy element dyskretny MES przyjęto płaski element trójkątny.

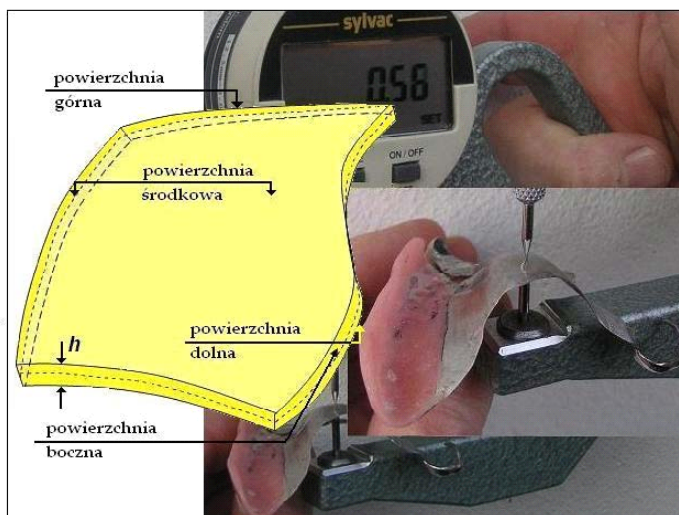
Celem bliższego wyjaśnienia. Przy pomocy elementów trójkątnych jesteśmy w stanie dokładnie opisać geometrię (kształt) dowolnej powierzchni zakrzywionej, co jest podstawowym warunkiem wstępnym w zastosowaniu do obliczeń MES. Miejsca szczególnie interesujące opisujemy zmniejszając wielkość (zwiększając liczbę) elementów. Proste funkcje kształtu w elementach trójkątnych szybko i przejrzysto prowadzą do ścisłych wyrażen (wzorów) dla elementów macierzy sztywności, bez konieczności stosowania przybliżonych sposobów całkowania numerycznego, co jest niezbędne w odniesieniu do krzywoliniowych elementów o większej liczbie wierzchołków, np. czworokątów. Zastosowanie praktyczne elementów trójkątnych jest też istotnym ułatwieniem na etapie skanowania powierzchni gipsowego modelu diagnostycznego. Stosując elementy dostatecznie małe, nie jest wymagane każdorazowe analizowanie digitalizowanego węzła pod kątem jego położenia (przynależności) w powstających później z jego udziałem zakrzywionych elementach. Nie musimy więc ciągle rozważać i kontrolować: czy nie są zbyt duże krzywizny na obszarze elementu, czy kształt krzywizny elementu da się łatwo przy pomocy danej liczby węzłów opisać, czy kształt elementu nie jest „przypadkiem szczególnym”, takim jak np. siodło, czy nie jest zbyt wklęsły (wypukły), czy nie ścina (spłaszcza) zbytnio obejmujące swym obszarem nierówności. Wątpliwości tych jest więcej.

Do analizy przyjęto dalej, że element trójkątny modelu numerycznego protezy pracuje w dwóch niezależnych od siebie stanach:

- ✓ giętym, odpowiadającym mechanicznemu zachowaniu płyty cienkiej, oraz
- ✓ bezmomentowym, odpowiadającym mechanicznemu zachowaniu tarczy w płaskim stanie naprężenia.

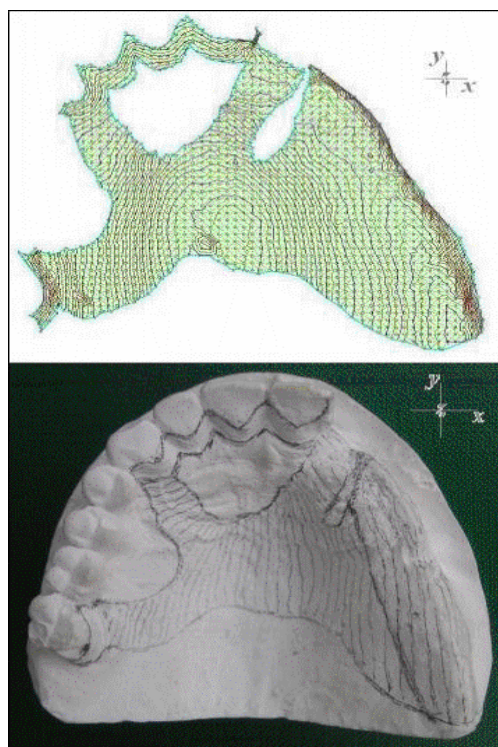
W lokalnym obszarze powłoki (szkieletu protezy), oba stany (płytkowy i tarczowy) występują współpłaszczyznowo (komplanarnie), odwzorowując przestrzenny stan przemieszczeń i naprężeń (odkształceń), co stanowiło podstawę aproksymacji zachowań mechanicznych protezy w symulacji numerycznej. Rozwiązanie takie stosowane wcześniej z powodzeniem w [4], [9] w zastosowaniu do analizy obiektów budowlanych

Powierzchnie środkową powłoki szkieletu, do której odnoszą się zastosowane rozważania matematyczne (rys.2), aproksymowano skończonym układem elementów trójkątnych.



Rys.2. Pomiar grubości szkieletu protezy

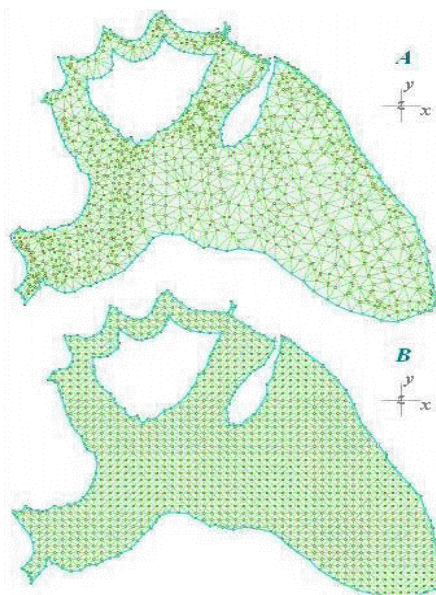
Węzły narożne trójkątów znajdują się więc w połowie grubości powłoki i odsunięte są od punktów kontaktu szkieletu protezy z tkankami podłoża wzdłuż prostych normalnych do płaszczyzny podłoża. Obliczeniowy kształt powierzchni środkowej odwzorowano w procesie skanowania punktów rozproszonych na gipsowym modelu diagnostycznym (rys. 3)



Rys.3. Odwzorowanie topografii podłoża protezy

Do przestrzennego pomiaru współrzędnych punktów rozproszonych wykorzystano System Digitalizacji MicroScribe-3D.

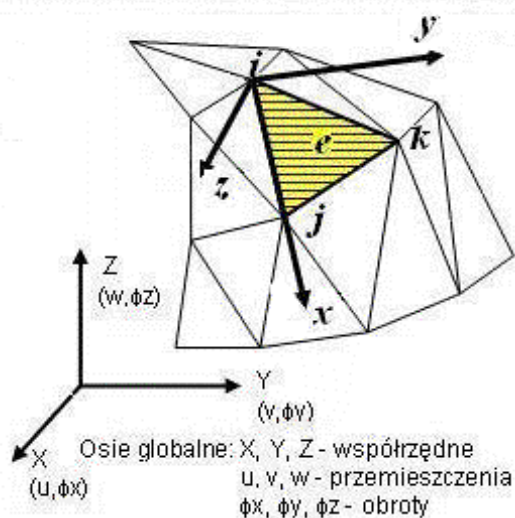
Opracowany program komputerowy współpracujący ze skanerem MicroScribe™ G2X umożliwił generowanie siatek elementów o dowolnej gęstości węzłów w oparciu o pomierzone punkty rozproszone. Ponadto wyznaczał przebieg warstwic ilustrujących topografię powierzchni tkanek podłoża protezy szkieletowej (Rys.4).



Rys.4. Siatka elementów trójkątnych o skończonej liczbie węzłów
a) układ punktów rozproszonych, b) układ regularny (aprosymowany)

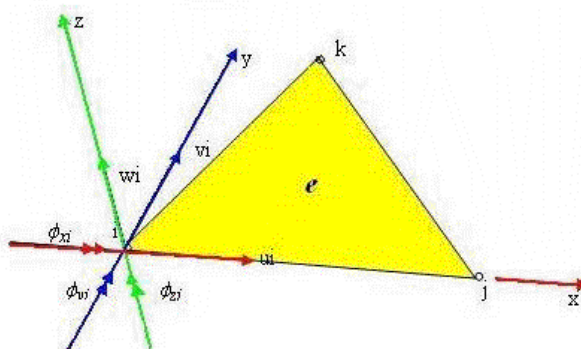
Jak już wspomniano, za podstawowy element skończony powłoki przyjęto płaski element trójkątny „e” o węzłach i, j, k . Położenie tych węzłów definiuje jednoznacznie w każdym elemencie orientację lokalnego układu współrzędnych kartezjańskich x, y, z (rys.5).

Układ osi lokalnych elementu „e” (lewoskrętny)



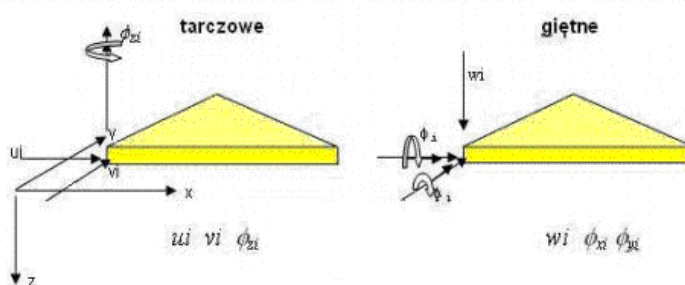
Rys.5. Schemat podziału dowolnej powierzchni na płaskie elementy trójkątne

W każdym węźle elementu trójkątnego „i” przyjęto następujące składowe wektora uogólnionych przemieszczeń q_i , odpowiadające liczbie jego stopni swobody $q_i = \{u_x, v_y, w_z, \phi_x, \phi_y, \phi_z\}$, (rys.6).



Rys.6. Wektory przemieszczeń oraz obrotów w węźle „i” płaskiego elementu trójkątnego

Przemieszczenie w_z wzdłuż osi lokalnej z oraz obroty ϕ_x , ϕ_y (wokół lokalnych osi x i y) odpowiadają za pracę w stanie płytowym (płyta zginana). Przemieszczenia u_x i v_y (wzdłuż osi lokalnych x i y) oraz obrót ϕ_z wokół osi z odpowiadają za prace w stanie tarczowym. Dla potrzeb niniejszych badań rozszerzono analizę w stanie tarczowym o składową skręcania elementu trójkątnego w płaszczyźnie (o kąt obrotu ϕ_z), rozszerzając w ten sposób pole wpływu na deformacje tarczy (rys. 7)

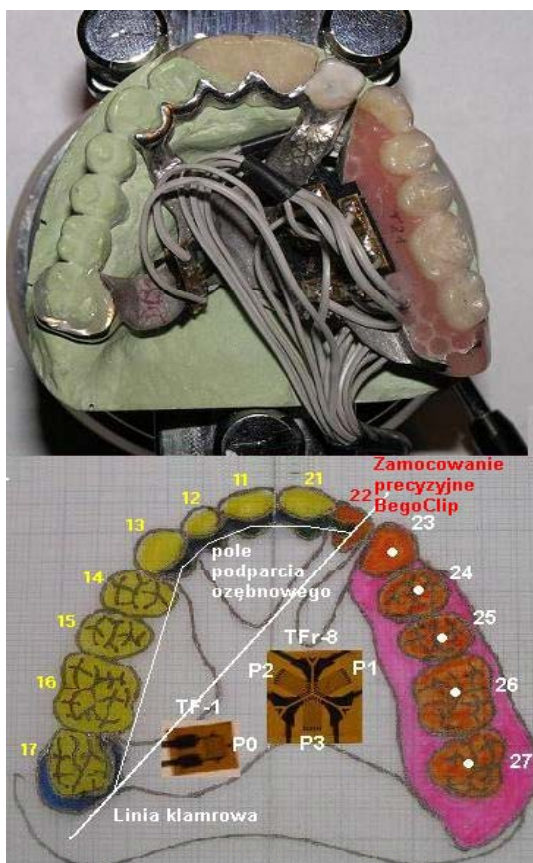


Rys.7. Siły obciążające płaski element powłokowy

Istotnym założeniem, poczynionym dodatkowo, dla potrzeb niniejszej analizy jest przyjęcie rozdzielczości (niezależności) od siebie oddziaływań giętnych (płytowych) i bezmomentowych (tarczowych). Oznacza to, że działanie sił „w płaszczyźnie” (w tarczy) nie wywołują odkształceń „z płaszczyzny” (w płycie) i odwrotnie – działanie sił „z płaszczyzny” (w płycie) nie wywołują odkształceń „ w płaszczyźnie” (w tarczy). Szczegółowe objaśnienie powyższego wywodu można znaleźć w wielu opracowaniach, jak np. w monografii [10].

BADANIA LABORATORYJNE PROTEZY ZĘBOWEJ

Eksperymentalnym badaniom in vitro poddano replikę protezy szkieletowej własnej konstrukcji zastosowanej w leczeniu 63-letniej kobiety z rozległym brakiem II klasy wg Applegate’a-Kennedy’ego obejmującym sześć zębów w szczęce [5]. Na łącznikach skrzydła protezy doświadczalnej, będących w istocie metalową powłoką o przeciętnej grubości 0.75[mm] i nieregularnym kształcie biologicznego podłoża, przyklejono tensometry foliowe w przewidywanych miejscach i kierunkach odkształcenia materiału (rys.8).



Rys.8. Proteza doświadczalna oraz schemat rozmieszczenia przetworników pomiarowych

Przetworniki pomiarowe rozmieszczono na możliwie płaskich powierzchniach (od strony podniebienia i jamy ustnej właściwej) w układzie półmostka Wheatstone'a: dwa pojedyncze tensometry TF-1 o rezystancji $R = 119.9[\Omega] \pm 0.2\%$ i współczynnika czułości odkształceniowej $k = 2.15 \pm 0.5\%$ oraz dwa potrójne tensometry rozetowy typu delta TFr-8/120° o $R = 120.2[\Omega] \pm 0.2\%$ i $k = 2.15 \pm 0.5\%$ (TENMEX).

Skrzydłową protezę szkieletową z przetwornikami pomiarowymi umieszczono na standardowym modelu roboczym łuku zębowego badanego przypadku. Wykonano go z gipsu kl. IV (ISO 6873 / 83 – Bego-Stone plus) o wytrzymałości na nacisk do 60[MPa], porównywalnej z wydolnością sprężystego odporu przyzębia zębów filarowych szacowanego na fizjologicznym poziomie 67[MPa].

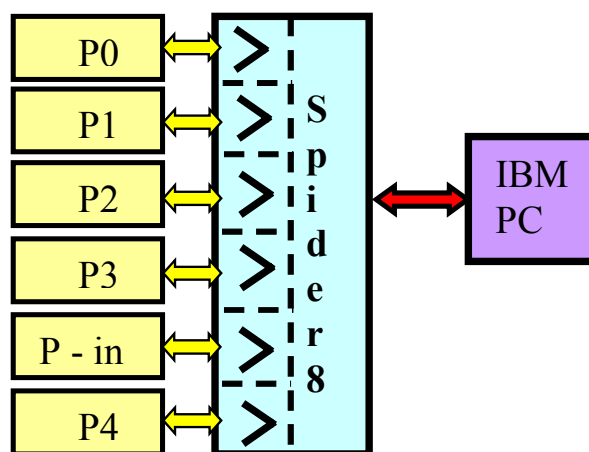
Stanowisko dla przeprowadzenia wstępnych pomiarów stanów mechanicznych badanej konstrukcji, urządzono na nastawnym stoliku frezarki paralelometrycznej HZ-70 (SCHICK) (rys.9). Poziomo blokowane ramię frezujące zaopatrzone w przetwornik indukcyjny dla pionowych przesunięć liniowych W-10 (HBM). Korpus przetwornika został sztywno połączony z kolumną frezarki. Natomiast ruchoma część przetwornika (rdzeń) została sprzęgnięta z pionowym ramieniem przekazującym obciążenia.



Rys.9. Stanowisko doświadczalne dla pomiarów tensometrycznych

Pomiary przeprowadzono w układzie 6 kanałów wzmacniacza Spider-8 (HBM) dla następujących przetworników pomiarowych (rys.10):

- kanał 0 - przetwornik tensometryczny P0, w układzie półmostka Wheatstone'a, tensometry typu TF-1 przyklejone na łączniku zamocowania i podparcia protezy w kierunku zęba 17;
- kanał 1 - przetwornik tensometryczny P1, w układzie półmostka Wheatstone'a, tensometry rozetowe typu TFr-8 (1/3) przyklejone na łączniku skrzydła w kierunku prostopadłym do uzębienia protezy;
- kanał 2 - przetwornik tensometryczny P2, w układzie półmostka Wheatstone'a, tensometry rozetowe typu TFr-8 (1/3) przyklejone na łączniku skrzydła w kierunku podparcia na zęcie filarowym 13;
- kanał 3 - przetwornik tensometryczny P3, w układzie półmostka Wheatstone'a, tensometry rozetowe typu TFr-8 (1/3) przyklejone na łączniku skrzydła w kierunku równoległym do uzębienia protezy;
- kanał 4 - przetwornik indukcyjny pionowych przesunięć liniowych uzębienia skrzydła względem powierzchni zwarcia (zamocowany na ramieniu obciążającym frezarki);
- kanał 5 - przetwornik tensometryczny P4, w układzie półmostka Wheatstone'a, tensometry typu TF-1 przyklejone na osi belki



Rys.10. Schemat blokowy systemu pomiarowego

Przetworniki pomiarowe P₀ i P₅ zbudowane zostały przy wykorzystaniu prostego podwójnego tensometru metalowego. Natomiast przetworniki P₁, P₂ i P₃ zbudowano z wykorzystaniem tensometru rozetowego, w którego skład wchodziły trzy podwójne tensometry metalowe o kierunkowym rozkładzie co 120° względem środka rozety [1]. Przetworniki pomiarowe P₀÷P₃ dla odkształceń metalowej płyty protezy podłączono do jednoimiennych kanałów 0÷3 wzmacniacza pomiarowego Spider 8 (HBM) z własnym zasilaniem

dla każdego przetwornika pasywnego, układem próbkująco – pamiętającym oraz 16-bitowym przetwornikiem analogowo-cyfrowym.

Ponadto dla sygnałów pomiarowych indukcyjnego przetwornika przesunięć liniowych P-in skrzydła protezy aktywny był kanał 4.

Wzmacniacz Spider-8, będący centralnym elementem systemu pomiarowego, pracował w oprogramowaniu sterującym Catman 3.0 z platformą graficzną i zaimplementowanym interfejsem – typ IEEE 1284. Komputer skonfigurował pracę wzmacniacza następująco:

- konfiguracja każdego wejścia dla zrównoważonego układu półmostka Wheatstone’a;
- wzmacnienie w każdym kanale jednakowe 3 [mV/V];
- transmisja wartości 10 pomiarów na sekundę z każdego przetwornika.

W zaplanowanym badaniu przyjęto, że jedną z podstawowych danych dla weryfikacji symulacji numerycznej będzie wartość ugięcia nieregularnego elementu płytowego protezy.

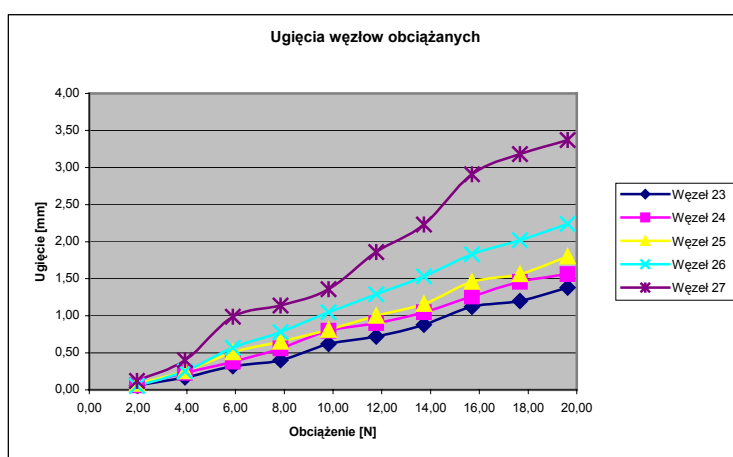
SZCZEGÓŁOWY OPIS UZYSKANYCH WYNIKÓW PRZEPROWADZONEJ ANALIZY NUMERYCZNEJ

Podczas badań laboratoryjnych, poprzez sukcesywne obciążanie zębów (węzły nr 23 do 27 na rys.1, rys.8), zmierzono następujące przemieszczenia liniowe dla tychże węzłów – tab. 1.

Tab. 1. Ugięcia uzyskane podczas badań laboratoryjnych dla poszczególnych zębów

Obciążenie [N]	Ugięcie [mm]				
	Węzeł 23	Węzeł 24	Węzeł 25	Węzeł 26	Węzeł 27
1,96	0,06	0,06	0,08	0,05	0,12
3,92	0,17	0,23	0,25	0,25	0,40
5,89	0,32	0,38	0,51	0,57	0,99
7,85	0,40	0,56	0,65	0,78	1,14
9,81	0,62	0,80	0,81	1,05	1,36
11,77	0,72	0,90	1,00	1,29	1,86
13,73	0,88	1,05	1,16	1,53	2,23
15,70	1,12	1,26	1,46	1,83	2,91
17,66	1,20	1,46	1,56	2,02	3,18
19,62	1,38	1,56	1,80	2,24	3,37

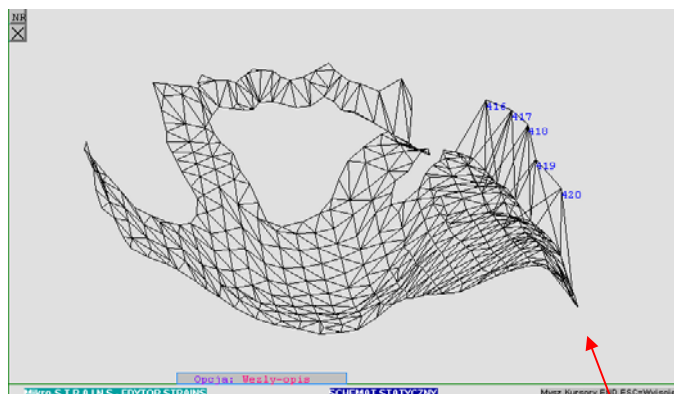
Powyższe rezultaty przedstawiono graficznie na rys.11.



Rys.11. Wartości ugięć dla poszczególnych zębów (węzłów) przy obciążaniu ich siłą z przedziału 1,96 N – 19,62 N

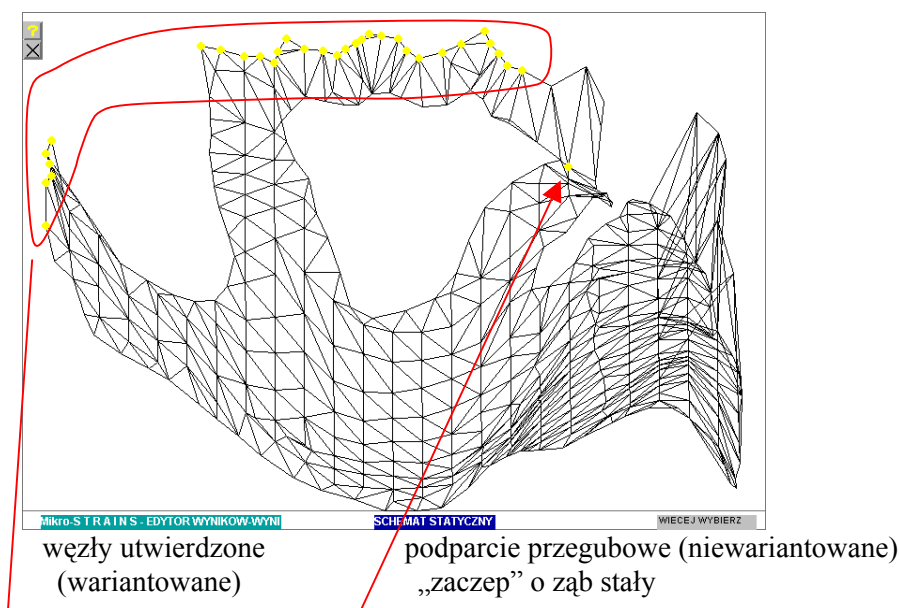
Analizę numeryczną MES przeprowadzono za pomocą Systemu Analizy Statycznej Konstrukcji

MIKRO-STRAINS [11]. W modelu numerycznym węzły obciążane oznaczono odpowiednio numerami z zakresu 416 (ząb 23) do 420 (ząb 27), co pokazano na rys.12.



Rys.12. Siatka elementów MES z oznaczonymi węzłami obciążanymi i dodatkowymi elementami MES

Bezpośrednio na potrzeby analizy wprowadzono do modelu protezy pewną dodatkową grupę elementów MES o charakterystykach materiału przyjętego jak dla protezy. Te dodatkowe elementy miały na celu przestrzenne przekazanie (rozłożenie) punktowego obciążenia na powłokę. Warunki brzegowe (umocowanie protezy) przyjęte do obliczeń numerycznych przedstawiono na rys.13.



Rys.13. Warunki brzegowe analizowanej protezy

Obliczenia modelu wykonano w dwóch wariantach:

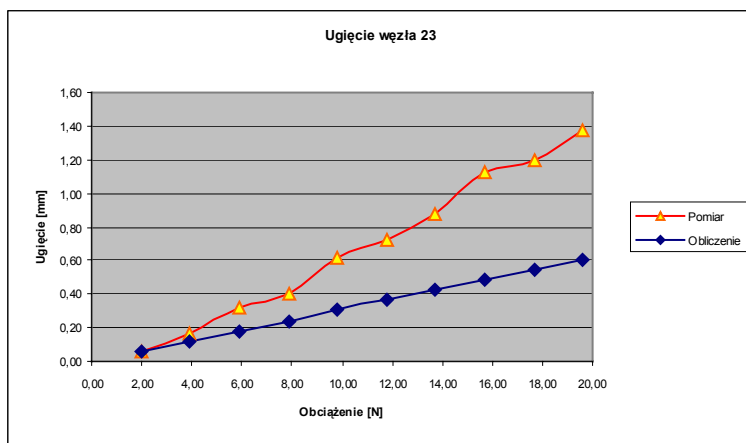
- węzły podporowe utwierdzone – odebrane wszystkie stopnie swobody,
- węzły podporowe podparte przegubowo – odebrane jedynie możliwości przemieszczeń liniowych.

W każdym przypadku wykonano obciążenie węzłów 416 do 420 siłami zmieniającymi się 1.96 N do 19.62 N.

Uzyskane rezultaty, dla poszczególnych węzłów, zestawiono w tabelach 2 – 6, oraz przedstawiono graficznie na rys. 14 – 18.

Tab.2. Ugięcie węzła 23 (416 – wg MIKRO-STRANS)

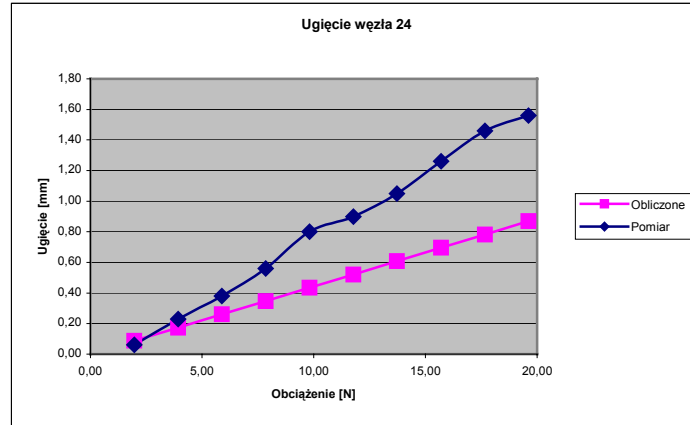
Obciążenie [N]	Pomiar [mm]	Obliczone (zamocowanie) [mm]	Obliczone (przeguby) [mm]
1,96	0,06	0,06	0,06
3,92	0,17	0,12	0,12
5,89	0,32	0,18	0,18
7,85	0,40	0,24	0,24
9,81	0,62	0,30	0,30
11,77	0,72	0,36	0,36
13,73	0,88	0,42	0,42
15,70	1,12	0,48	0,49
17,66	1,20	0,55	0,55
19,62	1,38	0,61	0,61



Rys.14. Ugięcie węzła 23 (416 – wg MIKRO-STRANS)

Tab.3. Ugięcie węzła 24 (417 – wg MIKRO-STRANS)

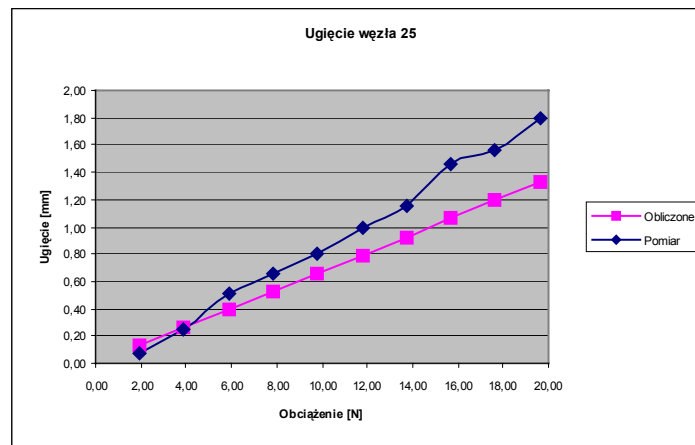
Obciążenie [N]	Pomiar [mm]	Obliczone (zamocowanie) [mm]	Obliczone (przeguby) [mm]
1,96	0,06	0,09	0,09
3,92	0,23	0,17	0,17
5,89	0,38	0,26	0,26
7,85	0,56	0,35	0,35
9,81	0,80	0,43	0,44
11,77	0,90	0,52	0,52
13,73	1,05	0,61	0,61
15,70	1,26	0,70	0,70
17,66	1,46	0,78	0,78
19,62	1,56	0,87	0,87



Rys.15. Ugięcie węzła 24 (417 – wg MIKRO-STRANS)

Tab.4. Ugięcie węzła 25 (418 – wg MIKRO-STRANS)

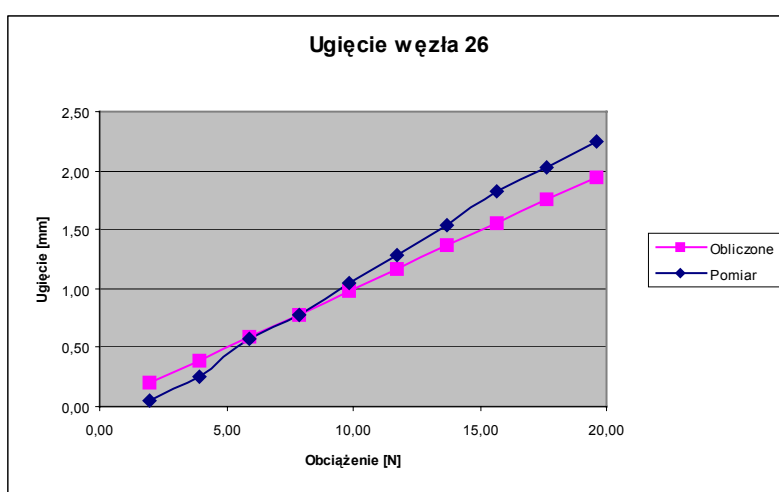
Obciążenie [N]	Pomiar [mm]	Obliczone (Zamocowanie) [mm]	Obliczone (Przeguby) [mm]
1,96	0,08	0,13	0,13
3,92	0,25	0,26	0,27
5,89	0,51	0,40	0,40
7,85	0,65	0,53	0,53
9,81	0,81	0,66	0,66
11,77	1,00	0,79	0,80
13,73	1,16	0,93	0,93
15,70	1,46	1,06	1,06
17,66	1,56	1,19	1,20
19,62	1,80	1,32	1,33



Rys.16. Ugięcie węzła 25 (418 – wg MIKRO-STRANS)

Tab. 5. Ugięcie węzła 26 (419 – wg MIKRO-STRANS)

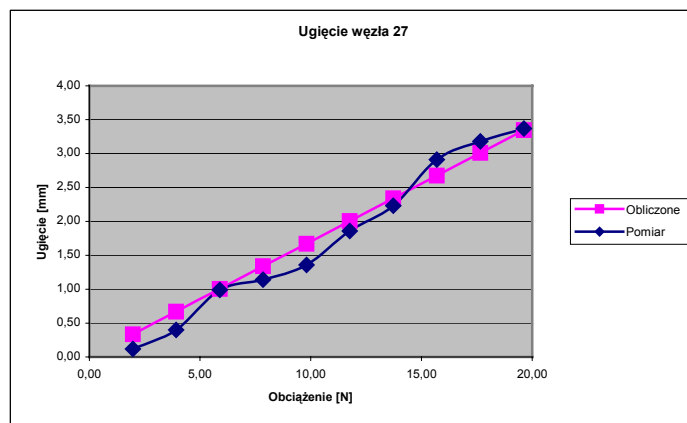
Obciążenie [N]	Pomiar [mm]	Obliczone (zamocowanie) [mm]	Obliczone (przeguby) [mm]
1,96	0,05	0,19	0,20
3,92	0,25	0,39	0,39
5,89	0,57	0,59	0,59
7,85	0,78	0,78	0,78
9,81	1,05	0,98	0,98
11,77	1,29	1,17	1,17
13,73	1,53	1,37	1,37
15,70	1,83	1,56	1,57
17,66	2,02	1,76	1,76
19,62	2,24	1,95	1,96



Rys.17. Ugięcie węzła 26 (419 – wg MIKRO-STRANS)

Tab.6. Ugięcie węzła 27 (420 – wg MIKRO-STRANS)

Obciążenie [N]	Pomiar [mm]	Obliczone (Zamocowanie) [mm]	Obliczone (Przeguby) [mm]
1,96	0,12	0,33	0,33
3,92	0,40	0,67	0,67
5,89	0,99	1,00	1,01
7,85	1,14	1,34	1,34
9,81	1,36	1,67	1,68
11,77	1,86	2,01	2,01
13,73	2,23	2,34	2,35
15,70	2,91	2,68	2,68
17,66	3,18	3,01	3,02
19,62	3,37	3,34	3,35



Rys.18. Ugięcie węzła 27 (420 – wg MIKRO-STRANS)

PODSUMOWANIE

1. Sposób podparcia węzłów protezy w miejscach jej mocowania do zębów stałych ma w tym przypadku niewielki wpływ na wyniki. Wystarczającym ustaleniem warunków brzegowych w tym miejscach jest w miarę dokładne określenie grubości protezy. Jednak ze względu na trudności ze skanowaniem tych fragmentów protezy istotnej wagi nabiera koncepcja określenia warunków brzegowych zastosowana w modelu 2.
2. Niepokojąca jest duża rozbieżność w wynikach pomierzonych i obliczonych dla węzłów 23 i 24 (mniej oddalonych od strefy umocowania). W węzłach tych wartości ugięć pomierzonych są znacznie większe od obliczonych. Wraz z oddalaniem się różnica ta maleje by dla węzłów 26, a zwłaszcza 27 praktycznie zaniknąć. Oznacza to, że istnieje jakiś nie uwzględniony w obliczeniach czynnik. Może on pojawiać się z dwóch powodów:
 - A. Nie została właściwie odwzorowana geometria powłoki. Powód ten jest dość mało przekonujący. Wystarczy bowiem ręcznie ugiąć lekko protezę w punktach 23 i 27 by zauważyć, że jest ona w punkcie 23 daleko bardziej sztywna, niż to wynika ze stosunków ugięć w tych punktach.
 - B. Podczas pomiaru zaistniały czynniki, które ułatwiły ugięcie protezy w punktach 23 (bardziej), w 24 – mniej. Jednym z takich czynników mogło być np. odklejanie się wężycowatej części protezy od podłoża.
 - C. Innym czynnikiem ubocznym może być zmiana położenia bądź kierunku siły obciążającej punkt 23 podczas pomiaru. Jednak wizualna kontrola modelu i stanowiska pomiarowego w zasadzie wyklucza jakiegokolwiek istotne zmiany w tym względzie. Natomiast, ewentualne, niewielkie przesunięcie siły nie jest w stanie w tak drastyczny sposób wpływać na wyniki.

W świetle powyższych uwag wskazane jest powtórzenie pomiarów ugięć, w szczególności dla punktów 23 i 24, z równoczesną bacznią kontrolą zachowywania się modelu jak i stanowiska pomiarowego

LITERATURA

1. Chwaleba A., Czajewski J.: Przetworniki pomiarowe i defektoskopowe. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1998
2. Chronowicz A.: The Design of Shells. A Practical Approach. Crosby Lockwood & Son Ltd, London 1959.
3. Clough R.W.: Comparison of three-dimensional finite elements in stress analysis. ed.
4. Zienkiewicz O.C.: Various types of bridges by the finite element method. Lockwood 1971.
5. Michalski W.: Zastosowanie sprężystego odkształcenia płyty w konstrukcjach szkieletowych protez skrzydłowych szczęki. Prot. Stom. 2001.
6. Koriath T.W.P., Waldron T. W., Versluis A., Schulte J. K.: Forces and moments generated at the dental incisors during forceful biting in humans. J. of Biomech. 1997.
7. Kydd W.L., Daly C.H.: The biologic and mechanical effects of stress on oral mucosa. J. Prosth. Dent. 1982.
8. Laerman K.H. (red.): Hybrid techniques in experimental solid mechanics. Springer, Wien 2000.

9. Meyer C., Scordelis A.C.: Computer Program for Prismatic Folded Plates with Plate and Beam Elements. University of California, Berkeley 1970.
10. Zienkiewicz O. C.; Metoda Elementów Skończonych, Arkady Warszawa 1972.
11. Gryzkiewicz M.: System Analizy Konstrukcji Inżynierskich MIKRO-STRAINS. Podręcznik użytkownika.
12. Bagge M.: A model of bone adaptation as an optimization process. J. Biomech. 2000.